VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Rokas GIRDŽIUS

BETONO TEMPIAMOJO SUSTANDĖJIMO MODELIS ATITINKANTIS EURONORMŲ NUOSTATAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
STATYBOS INŽINERIJA (02T)

LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Disertacija rengta 2004–2011 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.
Disertacija ginama eksternu.

Mokslinis konsultantas

prof. habil. dr. Gintaris KAKLAUSKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T).

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Statybos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo taryba:

Pirmininkas

prof. habil. dr. Juozas ATKOČIŪNAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T).

Nariai:

prof. habil. dr. Jonas BAREIŠIS (Kauno technologijos universitetas Panevėžio institute, mechanikos inžinerija – 09T),

prof. dr. Zdenek KALA (Brno technologijos universitetas, statybos inžinerija – 02T),

prof. dr. Romualdas KLIUKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T),

prof. dr. Juozas VALIVONIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T).

Disertacija bus ginama viešame Statybos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo tarybos posėdyje **2012 m. sausio 5 d. 14 val.** Vilniaus Gedimino technikos universiteto senato posėdžių salėje.

Adresas: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva.

Tel.: (8 5) 274 4956; faksas (8 5) 270 0112; el. paštas doktor@vgtu.lt

Pranešimai apie numatomą ginti disertaciją išsiųsti 2011 m. gruodžio 2 d.

Disertaciją galima peržiūrėti interneto svetainėje <http://dspace.vgtu.lt> ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto bibliotekoje (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lietuva).

VGTU leidyklos „Technika“ 1941-M mokslo literatūros knyga.

ISBN 978-609-457-025-4

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2011

© Rokas Girdžius, 2011

rokaspro@yahoo.com

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Rokas GIRDŽIUS

TENSION-STIFFENING MODEL FOR REINFORCED CONCRETE MEMBERS ACCORDING EUROCODE

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
CIVIL ENGINEERING (02T)

LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2004–2011.

The dissertation is defended as an external work.

Scientific Consultant

Prof Dr Habil Gintaris KAKLAUSKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T).

The Dissertation Defence Council of Scientific Field of Civil Engineering of Vilnius Gediminas Technical University:

Chairman

Prof Dr Habil Juozas ATKOČIŪNAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T).

Members:

Prof Dr Habil Jonas BAREIŠIS (Kaunas University of Technology, Mechanical Engineering – 09T),

Prof Dr Zdenek KALA (Brno University of Technology, Civil Engineering – 02T),

Prof Dr Romualdas KLIUKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T),

Prof Dr Juozas VALIVONIS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T).

The dissertation will be defended at the public meeting of the Dissertation Defence Council of Civil Engineering in the Senate Hall of Vilnius Gediminas Technical University at **2 p. m. on 5 January 2012.**

Adress: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.

Tel.: +370 5 274 4956; fax +370 5 270 0112; e-mail: doktor@vgtu.lt

A notification on the intended defending of the dissertation was send on 2 December 2011.

A copy of the doctoral dissertation is available for review at the Internet website <http://dspace.vgtu.lt> and at the Library of Vilnius Gediminas Technical University (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lithuania).

Reziumė

Disertacijoje nagrinėjama trumpalaikė apkrova veikiamų tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų skaičiavimo metodai. Kaip yra žinoma, supleišėjusiame gelžbetoniniame elemente plyšio vietoje betono tempimo įtempiai yra lygūs nuliui, o visą išorinės apkrovos sukeltą įrąžą atlaiko armatūra. Kadangi plyšyje ir gretimuose pjūviuose armatūra praslysta betono atžvilgiu, kontakto zonoje atsiranda tangentiniai įtempiai. Šie įtempiai perduodami betonui, todėl jis atlaiko tempimo įtempius. Armatūros ir betono sąveika ruožuose tarp plyšių standina gelžbetoninį elementą. Supleišėjusio betono gebėjimas atlaikyti tempimo įtempius vadinama *tempiamuoju sustandėjimu* (angl. *tension stiffening*). Pagrindinis disertacijos tikslas yra remiantis Euronormų deformacijų skaičiavimo metodika, pasiūlyti trumpalaikė apkrova veikiamų tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo modelius, tinkamus taikyti skaitiniuose metoduose.

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai, darbo rezultatai ir išvados, literatūros sąrašas ir autoriaus publikacijos tema sąrašas.

Įvadiniamе skyriuje nagrinėjamas problemos aktualumas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašomas mokslinis darbo naujumas, pristatomi autoriaus pranešimai ir publikacijos, disertacijos struktūra.

Pirmasis skyrius skirtas literatūros analizei. Apžvelgti medžiagų modeliai (armatūra, gniuždomas betonas, tempiamas betonas), pleišėjimo modeliai, armatūros ir betono sukibimas), pateikti skaitiniai bei analiziniai ir empiriniai gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo metodai. Skyriaus pabaigoje formuluojamos išvados ir konkretizuojami disertacijos uždaviniai.

Antrajame ir trečiajame skyriuose, taikant Euronormų deformacijų skaičiavimo nuostatas, pateikiami tempiamojo sustandėjimo modelių išvedimai, atitinkamai, tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams. Taip pat trečiajame skyriuje pasiūlytas Euronormas atitinkantis supaprastintas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų momentų-kreivių skaičiavimo metodas. Skyrių pabaigoje formuluojamos išvados.

Ketvirtajame disertacijos skyriuje tiriamas gautųjų tempiamojo sustandėjimo modelių tikslumas, vertinant gelžbetoninių elementų deformacijas. Pateikiami lenkiamųjų gelžbetoninių elementų skaitinio modeliavimo pavyzdžiai taikant darbe pasiūlytuosius tempiamojo sustandėjimo modelius. Skyriaus pabaigoje formuluojamos išvados.

Disertacijos tema išspausdinti 9 moksliniai straipsniai: 4 recenzuojamuose mokslo žurnaluose (2 iš jų – *ISI WEB of Science* referuojamuose duomenų bazėse), 5 straipsniai mokslinių konferencijų medžiagoje (1 iš jų – tarptautinėje mokslinės konferencijos medžiagoje).

Abstract

Study analyses the issue of tensile and flexural RC members strains and deformations caused by a short term load. The concrete ability to carry a certain amount of tensile stresses between cracks (due to bond with reinforcement) is called tension-stiffening. The phenomenon, called tension-stiffening, has significant influence on the results of short-term deformational analysis. The main objective of this study is to propose tension-stiffening models for tension and bending RC members affected by a short term load and suitable for using in numerical methods with reference of Eurocode.

Dissertation consists of introduction, four chapters, results, conclusions and author publications on the topic of the dissertation.

The introduction presents reasons for investigation, main objective and tasks of the work, scientific novelty and originality, basic statements to be defended, list of publications by the author.

The first chapter presents literature review on material models (reinforcement, compressed concrete, tensile concrete), cracking models. Furthermore design code and numerical methods for determining deformations of reinforced concrete members are reviewed. Conclusions and tasks are formulated at the end of the chapter.

The second and third chapters presents derivations of tension stiffening models according to Eurocode. Also, third chapter reports simplified RC elements in bending moment-curvature calculation method. The conclusions are formulated at the end of the chapter.

The fourth chapter presents analysis of tension stiffening models precision, considering RC elements deformations. Numerical modeling examples of RC elements in bending practicing author suggested tension stiffening models. Conclusions are formulated at the end of the Chapter.

9 scientific articles were published on the topic of the dissertation: 4 – in reviewed scientific journals (2 from them included in *ISI WEB of Science* international databases), 5 articles in conferences materials (1 from them in international conference material).

Žymėjimai

Simboliai

A_c	– betono skerspjūvio plotas;
A_s	– armatūros skerspjūvio plotas;
A'_s	– gniuždomos armatūros skerspjūvio plotas;
C	– betono klasė;
E_c	– betono tamprumo modulis;
E_{ca}	– efektyvusis betono tamprumo modulis;
E_s	– armatūros tamprumo modulis;
E_{csec}	– kirstinis betono tamprumo modulis;
EI	– lenkiamojo elemento standumas;
b	– skerspjūvio plotis;
b_f	– dvitėjinio (tėjinio) skerspjūvio lentynos plotis;
d	– efektyvusis skerspjūvio aukštis;
f_c	– betoninio stipris gniuždant;

f_{cm}	– vidutinis cilindrinis betono stipris gniuždant;
f_{ck}	– charakteringas gniuždomasis betono stipris;
f_{ct}	– tempiamasis betono stipris;
f_{sr}	– įtempiai armatūroje elemento pleišėjimo pradžioje;
f_y	– armatūros takumo stipris;
h	– skerspjūvio aukštis;
d/h	– efektyvaus skerspjūvio aukščio santykis su skerspjūvio aukščiu.
l_0	– skaičiuotinis elemento ilgis;
I	– inercijos momentas;
I_1	– nesupleišėjusiojo gelžbetoninio elemento skerspjūvio inercijos momentas;
I_2	– supleišėjusiojo gelžbetoninio elemento skerspjūvio inercijos momentas;
l_{crc}	– atstumas tarp plyšių;
M	– lenkimo momentas;
M_{cr}	– pleišėjimo momentas;
M_u	– ribinis lenkimo momentas;
N	– ašinė jėga;
$\overline{N}_c$	– vidutinė įraža betone;
$\overline{N}_s$	– vidutinė įraža armatūroje;
n	– armatūros ir betono tamprumo modulių santykis;
P	– trumpalaikė išorinė ašinė jėga;
P_{cr}	– pleišėjimo apkrova;
RH	– santykinė aplinkos drėgmė;
W_1	– skerspjūvio atsparumo momentas;
y_t	– atstumas nuo skerspjūvio svorio centro iki tempiamojo krašto;
x_c	– lenkiamojo gelžbetoninio elemento gniuždomos zonos aukštis;
z	– vidinių jėgų petys;
ρ	– armavimo koeficientas;
α'	– viršutinės armatūros apsauginis sluoksnis;
ε	– deformacija;

$\varepsilon_c, \varepsilon_{cc}$	– gniuždomo betono deformacija;
$\varepsilon_{c,u}$	– ribinė gniuždomo betono deformacija;
ε_{cr}	– pleišėjimo deformacija;
ε_{el}	– tamprioji deformacija;
ε_{pl}	– plastinė deformacija;
ε_s	– plieno deformacija;
ε_{s1}	– elemento vidutinės deformacijos tamprioje stadijoje
ε_{s2}	– visiškai supleišėjusio tempiamojo elemento (vidutiniai tempiamojo betono įtempiai lygūs nuliui) deformacijos;
ε_{sm}	– vidutinė armatūros deformacija;
$\varepsilon_{s\max}$	– didžiausias deformacijų skirtumas tarp tampraus ir supleišėjusio elemento būvių;
ε_{sr}	– armatūros strypų deformacija elementui pradėjus pleišėti;
ε_{sh}	– betono susitraukimo deformacija;
$\varepsilon_t, \varepsilon_{ct}$	– tempiamojo betono deformacija;
$\varepsilon_y, \varepsilon_{sy}$	– armatūros takumo deformacija;
ε_0	– gniuždomojo betono maksimalius įtempius atitinkanti deformacija;
ε_u	– ribinės betono deformacijos;
ν	– koeficientas, kuriuo įvertinamos gniuždomojo betono plastinės deformacijos;
ξ	– santykinis gniuždomosios zonos aukštis;
κ	– kreivis;
κ_1	– nesupleišėjusio elemento kreivis;
κ_2	– supleišėjusio elemento kreivis;
σ	– įtempiai;
σ_c, σ_{cc}	– gniuždomojo betono įtempiai;
σ_t, σ_{ct}	– tempiamojo betono įtempiai;
σ_s	– plieno įtempiai;
σ_{s2}	– supleišėjusio gelžbetoninio elemento įtempiai nuo išorinės apkrovos;

- σ_{sr} – supleišėjusio tempiamojo gelžbetoninio elemento įtempiai neviršijantys betono stiprio tempiant;
- φ_f – koeficientas, įvertinantis gniuždomosios armatūros bei gniuždomosios zonos formos įtaką;
- τ – tangentiniai įtempiai.

Turinys

IVADAS	1
Mokslo problemos aktualumas.....	1
Tyrimų objektas ir metodai	2
Darbo tikslas.....	2
Darbo uždaviniai	2
Mokslinis naujumas ir jo reikšmė	3
Darbo rezultatų praktinė reikšmė	3
Ginamieji teiginiai	3
Darbo rezultatų aprobavimas.....	4
Disertacijos struktūra.....	4
1. GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ SKAIČIAVIMO METODŲ IR MODELIŲ APŽVALGA	5
1.1. Medžiagų modeliai	6
1.1.1. Armatūra.....	6
1.1.2. Gniuždomasis betonas	7
1.1.3. Tempiamasis betonas.....	9
1.1.4. Pleišėjimo modeliai	10
1.1.5. Armatūros ir betono sukibimas.....	11
1.1.6. Tempiamojo sustandėjimo modeliai	12

1.2. Analiziniai ir empiriniai metodai.....	15
1.2.1. JAV normos (ACI 318)	15
1.2.2. Murašev metodas.....	17
1.2.3. Rusijos normos (SP 52-101).....	19
1.2.4. A. Rozembliumo metodas	21
1.2.5. R. Šimkaus metodas	22
1.2.6. V. Kuznycky metodas.....	22
1.2.7. V. Rokačiaus metodas	23
1.3. Pirmojo skyriaus rezultatai, išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas	24
 2. TEMPIAMŲJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ TEMPIAMOJO SUSTANDĖJIMO MODELIS.....	25
2.1. Deformacijų skaičiavimo metodas pagal Euronormas	26
2.2. Įtempių ir deformacijų diagramų nustatymo metodika	29
2.3. Skaitinis eksperimentas	29
2.4. Tempiamojo sustandėjimo modelis.....	34
2.5. Tempiamojo sustandėjimo diagrama pagal CEB-FIP metodą.....	37
2.6. Antrojo skyriaus rezultatai ir išvados	39
 3. LENKIAMŲJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ TEMPIAMOJO SUSTANDĖJIMO MODELIS.....	41
3.1. Momentų-kreivių skaičiavimas pagal EC2 metodą.....	42
3.2. Trumpas metodo aprašymas tempiamojo sustandėjimo kreivei išvesti iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų momentų-kreivių diagramų	43
3.2.1. Taikytos prielaidos	43
3.2.2. Pagrindinės geometrijos ir pusiausvyros lygtys.....	44
3.2.3. Supleišėjusio betono įtempių-deformacijų diagramų nustatymo metodas, taikant lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinius duomenis	45
3.3. Skaitinis eksperimentas	50
3.4. Tempiamojo sustandėjimo modelis.....	55
3.5. Nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas	56
3.6. Trečiojo skyriaus rezultatai ir išvados	58
 4. SKAITINIAI IR PALYGINAMIEJI SKAIČIAVIMAI TAIKANT PASIŪLYTŲSIUS MEDŽIAGŲ MODELIUS	59
4.1. Tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių ir teorinių deformacijų palyginimas	60
4.1.1. Eksperimentiniai duomenys.....	60
4.1.2. Tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagramų gavimas iš eksperimentinių duomenų.....	62
4.1.3. Gautosios ir kitų autorių pasiūlytų tempiamojo betono įtempių ir deformacijų palyginimas	64
4.2. Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių teorinių deformacijų palyginimas	68

4.2.1. Sluoksnių modelis	68
4.2.2. Eksperimentinių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų analizė	70
4.2.3. Gautųjų ir kitų autorių pasiūlytų tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagramų palyginimas	70
4.2.4. Tempiamojo sustandėjimo diagramos, gautos iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų, taikymas lenkiamuose elementuose.....	74
4.3. Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimas, taikant baigtinių elementų programą „Atena”	76
4.4. Ketvirtojo skyriaus rezultatai ir išvados	78
 BENDROSIOS IŠVADOS	 81
 LITERATŪRA IR ŠALTINIAI	 85
 AUTORIAUS PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS	 97
 SUMMARY IN ENGLISH.....	 99
 PRIEDAI.....	 109
A priedas. Eksperimentinių tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos-deformacijų ir tempiamojo sustandėjimo diagramos	111
B priedas. Skaitinių ir palyginamųjų skaičiavimų taikant pasiūlytuosius medžiagų modelius gauti rezultatai	123
C priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijų medžiagą disertacijoje	127
D priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos	135

Contents

INTRODUCTION	1
Reasons for investigation	1
Research object	2
Main objective.....	2
Main tasks	2
Scientific novelty and originality	3
Practical value	3
Basic statements to be defended.....	3
Approval of the research results.....	4
The scope of the scientific work.....	4
1. OVERVIEW OF STRESS-STRAIN CALCULATION METHODS AND MODELS FOR REINFORCED CONCRETE MEMBERS.....	5
1.1. Models of materials	6
1.1.1. Reinforcement	6
1.1.2. Concrete in compression	7
1.1.3. Concrete in tension	9
1.1.4. Cracking models	10
1.1.5. Bond of reinforcement and concrete.....	11
1.1.6. Tension stiffening models	12
1.2. Analytical and empirical methods	15
1.2.1. American code (ACI 318)	15

1.2.2. Murashev method	17
1.2.3. Russian code (SP 52-101).....	19
1.2.4. A. Rozembliumas method	21
1.2.5. R. Šimkus method	22
1.2.6. V. Kuznycky mehod	22
1.2.7. V. Rokač method	23
1.3. Conclusions of Chapter 1 and formulating tasks for the dissertation	24
 2. TENSION-STIFFENING MODEL FOR REINFORCED CONC- RETE TENSION MEMBERS	25
2.1. Deformation calculation method according to Eurocode	26
2.2. Method of derivation of stress and strain diagrams.....	29
2.3. Numerical experiment	29
2.4. Tension-stiffening model	34
2.5. Tension-stiffening diagram according to CEB-FIP method	37
2.6. Results and conclusions of Chapter 2.....	39
 3. TENSION-STIFFENING MODEL FOR REINFORCED CONC- RETE BENDING MEMBERS	41
3.1. Moment – curvature calculation according to EC2 method	42
3.2. Short description of a method of derivation of tension- stiffening relationships from RC elements' bending moment – curvature diagrams	43
3.2.1. Applied assumptions and approaches	43
3.2.2. Basic geometrical and equilibrium equations	44
3.2.3. Method of derivation of stress – strain diagrams of crac- ked concrete from test data of flexural RC members	45
3.3. Numerical experiment	50
3.4. Tension-stiffening model	55
3.5. Simplified curvature calculation method for bending RC ele- ments	56
3.6. Results and conclusions of Chapter 3.....	58
 4. NUMERICAL AND COMPARATIVE CALCULATIONS USING PROPOSED MATERIALS MODELS	59
4.1. Comparison of experimental and theoretical deformations for RC elements in tension	60
4.1.1. Experimental data	60
4.1.2. Derivation of stress – strain diagrams of concrete in ten- sion from experimental data	62
4.1.3. Comparison of defined stress –strain diagrams of concrete in tension and those proposed by others.....	64
4.2. Comparison of experimental and theoretical deformations RC elements in bending	68
4.2.1. Layer model.....	68

4.2.2. Analysis of experimental RC elements in bending.....	70
4.2.3. Comparison of defined stress –strain diagrams of concrete in tension and those proposed by others	70
4.2.4. Application of tension-stiffening diagram derived from RC elements in tension.....	74
4.3. Calculation of deformation of RC elements in tension using “Atena” software	76
4.4. Results and conclusions of Chapter 4.....	78
GENERAL CONCLUSIONS	81
REFERENCES	85
LIST OF PUBLICATIONS BY THE AUTHOR ON THE TOPIC OF THE DISSERTATION	97
SUMMARY IN ENGLISH.....	99
ANNEXES.....	109
Annex A. Load-deformation and tension stiffening diagrams of ten- sion RC elements	111
Annex B. The results of numerical and comparative calculations using proposed material models.....	123
Annex C. The coauthors agreements to present publications for the dissertation defence	127
Annex D. Copies of scientific publications by the autor on the topic of the dissertation	135

Ivadas

Mokslo problemos aktualumas

Gelžbetonis yra viena plačiausiai statyboje naudojamų medžiagų. Pastaraisiais metais pradėjus naudoti didelio stiprio betoną ir armatūrą, atsirado galimybė projektuoti didesnio tarpatramio ir mažesnio skerspjūvio ploto (liaunesnes) konstrukcijas. Tokių konstrukcijų pagrindiniu projektavimo kriterijumi tampa ne stiprumo, o tinkamumo sąlyga (deformacijos, įlinkiai ir plyšio plotis).

Euronormų metodika skirta projektuoti statybines konstrukcijas esant nesusidėtingam įtempių būviui. Deja, šis metodas negali būti taikomas sudėtingiems konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejams. Tokių elementų deformacijų įvertinimui taikomi skaitiniai metodai, kuriuose įvertinami netiesiniai medžiagų modeliai. Deformacijų skaičiavime didelę įtaką turi supleišėjusio tempiamojo betono įtempių ir deformacijų (tempiamojo sustandėjimo) modelis. Deja, Euronormose toks modelis nereglamentuotas, o duodama tik gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagrama. Todėl skaitiniais metodais (pavyzdžiui baigtinių elementų) negalima atlikti sudėtingų konstrukcijų analizės pagal Euronormų nuostatas.

Praktiškai visi tempiamojo sustandėjimo modeliai gauti apdorojus tempiamųjų arba grynąją šlytimi paveiktų gelžbetoninių elementų eksperimentų rezultatus. Taikant tokius modelius lenkiamiesiems elementams, gaunamos nemažos

deformacijų skaičiavimo paklaidos. Darbe pasiūlyti tempiamojo sustandėjimo modeliai, atitinkantys Euronormų deformacijų skaičiavimo nuostatas. Taikant Vilniaus Gedimino technikos universiteto mokslininkų pasiūlytus atvirkštinio skaičiavimo algoritmus, šie modeliai gauti atskirai tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams.

Tyrimų objektas ir metodai

Darbe nagrinėjamas gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo reiškinys. Kuriamas tempimo sustandėjimo modelis leidžiantis skaitiniais metodais atlikti gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų būvio analizės pagal Euronormų nuostatas. Disertaciniame darbe taikomi gelžbetonio skaitinio modeliavimo (baigtinių elementų, sluoksnių skerspjuvio modelis ir atvirkštinio deformavimo uždavinio sprendimo algoritmas) ir statistinės analizės metodai.

Darbo tikslas

Remiantis Euronormų deformacijų skaičiavimo metodika, pasiūlyti trumpalaikė apkrova veikiamų tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo modelius, tinkamus taikyti skaitiniuose metoduose.

Darbo uždaviniai

1. Atlikti gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo metodų bei fizinių modelių analizę.
2. Taikant Euronormų deformacijų skaičiavimo metodiką bei naudojant skaitinį eksperimentą, gauti trumpalaikė apkrova veikiamų tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas.
3. Atlikti parametrų, turinčių įtakos supleišėjusio betono įtempių ir deformacijų diagramos formai, analizę.
4. Pasiūlyti tempiamojo sustandėjimo modelius tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams.
5. Pasiūlytuosius tempimo sustandėjimo modelius pritaikyti skaitiniuose skaičiavimuose.
6. Surinkti literatūroje paskelbtus tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinius deformacijų duomenis.

7. Naudojant literatūroje paskelbtus eksperimentinius duomenis, atlikti tempiamųjų elementų deformacijų ir lenkiamųjų elementų įlinkių skaičiavimo tikslumo statistinę analizę, taikant šio darbo ir kitų autorių pasiūlytus modelius ir metodus.

Mokslinis naujumas ir jo reikšmė

Šiame darbe pasiūlyti tempiamojo sustandėjimo modeliai, atitinkantys Euronormų deformacijų skaičiavimo nuostatas. Pasiūlytuosius modelius galima taikyti skaitiniuose metoduose. Gauti skirtingi tempiamojo sustandėjimo modeliai tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams. Nustatyta, kad tempiamojo sustandėjimo modeliai priklauso nuo tempiamojo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.

Naudojant literatūroje paskelbtus eksperimentinius duomenis, atlikta tempiamųjų elementų deformacijų ir lenkiamųjų elementų įlinkių skaičiavimo tikslumo analizė, taikant šio darbo ir kitų autorių pasiūlytus modelius ir metodus.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Pasiūlytieji tempiamojo sustandėjimo modeliai gali būti taikomi baigtinių elementų programose, atliekant gelžbetoninių konstrukcijų analizę pagal Euronormų deformacijų skaičiavimo nuostatas.

Ginamieji teiginiai

1. Atvirkštinio skaičiavimo algoritmai taikomi tempiamojo sustandėjimo modeliams, atitinkantiems projektavimo normų reikalavimus, kurti.

2. Supleišėjusio tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagramos tempiamiesiems ir lenkiamiesiems elementams yra skirtingos. Tempiamojo sustandėjimo efektas yra didesnis tempiamuose elementuose lyginant su lenkiamaisiais.

3. Pasiūlytieji tempiamojo sustandėjimo modeliai priklauso nuo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema yra paskelbti keturi moksliniai straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose, iš kurių du žurnaluose, įtrauktuose į *ISI Web of Science* sąrašą.

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti 5 pranešimuose 4 mokslinėse konferencijose:

- The third international *Congress and exhibition (FIB) incorporating the PCI annual convention & bridge conference*, Washington, USA, 2010.
- 10-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija *Mokslas – Lietuvos ateitis*, Vilnius, Lietuva, 2007.
- 9-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija *Mokslas – Lietuvos ateitis*, Vilnius, Lietuva, 2006.
- 8-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija *Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities*, Vilnius, Lietuva, 2005.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai ir rezultatų apibendrinimas. Taip pat yra keturi priedai.

Darbo apimtis yra 110 puslapių, neskaitant priedų, tekste panaudotos 143 numeruotos formulės, 54 paveikslai ir 2 lentelės. Rašant disertaciją buvo panaudoti 155 literatūros šaltiniai.

Gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų skaičiavimo metodų ir modelių apžvalga

Ankstyvojoje gelžbetonio teorijos vystymosi stadijoje deformacijų vertinimo problemos nebuvo nagrinėjamos. Pirmieji gelžbetoninių elementų standumo vertinimo metodai buvo paremti klasikinais medžiagų mechanikos principais, todėl taip apskaičiuoti supleišėjusių gelžbetoninių konstrukcijų įlinkiai buvo mažesni už tikruosius. Vėliau, remiantis stiprumo teorija, buvo priimta prielaida, kad skerspjuvyje žemiau neutraliosios ašies betonas neatlaiko tempimo įtempių. Tačiau pastebėta, kad supleišėjusio tempiamojo betono tarp plyšių įtakos įvertinimas skaičiavimuose sąlygoja žymų konstrukcijos sustandėjimą (angl. *tension stiffening*). Šis reiškinys buvo aiškinamas supleišėjusio betono gebėjimu atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių. Tokiai supleišėjusiojo tempiamojo betono elgsenai įvertinti dažniausiai taikoma vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagrama, kurios kylančioji dalis apibūdina tampriąją betono elgseną, o krentančiąja dalimi įvertinamas tempimo sustandėjimo efektas.

Tempiamajame betone atsiradus pirmiesiems mikroplyšiams, nustoja galioti tiesinė betono įtempių ir deformacijų sąlyga. Įtempiams didėjant, mikroplyšiai susijungia į akimis neižiūrimus plyšius. Plyšiams pasiekus armatūrą, keičiasi jos įtempių ir deformacijų būvis. Staigus vidutinių armatūros deformacijų padidėji-

mas rodo, jog elemente atsirado pirmasis plyšys. Dėl sukibimo su armatūra tempiamas betonas supleišėjusiuose ruožuose atlaiko nemažus vidutinius įtempius. Toks bendras tempiamo betono ir armatūros darbas gali ženkliai padidinti konstrukcijos standį. Neįvertinus tempiamojo betono įtakos, trumpalaikė apkrova veikiamų elementų įlinkiai (kreiviai) gali būti apskaičiuoti su didesne nei 100% paklaida. Gelžbetoninių konstrukcijų analizei trumpalaikio apkrovimo atveju yra pasiūlyta nemažai įvairiomis prielaidomis pagrįstų supleišėjusio tempiamo betono fizinių modelių.

1.1. Medžiagų modeliai

Šiame poskyryje apžvelgiamos įvairios gniuždomojo, tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagramos, aptariami betono ir armatūros fiziniai modeliai.

1.1.1. Armatūra

Armatūros įtempių ir deformacijų diagrama gali būti aprašoma dviliniene, triliniene arba kita diagrama, atitinkančia faktinę armatūros $\sigma - \varepsilon$ diagramą (1.1 pav.).

1.1 pav. Armatūros įtempių ir deformacijų diagrama

Fig. 1.1. Stress-strain diagram of reinforcement

1.1.2. Gniuždomasis betonas

Betonas yra heterogeninė medžiaga su skirtingomis mechaninėmis savybėmis gniuždant bei tempiant. 1.2 paveiksle pavaizduota gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagrama.

1.2 pav. Gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagrama

Fig. 1.2. Stress-strain diagram of concrete in compression

Betono stipris gniuždant yra viena svarbiausių mechaninių charakteristikų, pagal kurią nustatoma bendra betono kokybė. Yra pasiūlyta daug gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagramų. Viena paprasčiausių yra dvitiesė idealiai tamprios-plastinės medžiagos $\sigma - \varepsilon$ diagrama (1.2 pav., 1 kreivė). Vėlesniuose modeliuose buvo imamos įtempių-deformacijų kreivės, gautos iš eksperimentinių vienašio gniuždymo rezultatų. Vidutinio stiprio betonams pirmosios plastinės deformacijos pasireiškia esant įtempiams $\sigma_c = 0,3f_c$ (f_c – betoninio cilindro arba prizmės stipris gniuždant), o esant maksimaliems įtempiams ($\sigma_c = f_c$) plastinės deformacijos apytikriai yra lygios tampriosioms.

Žemiau pateikiamos kelios dažniau taikomos gniuždomo betono $\sigma - \varepsilon$ diagramos. Hognestad (1955) pasiūlė gniuždomojo betono įtempius įvertinti taip:

$$\sigma_c = f_c \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right], \quad (1.1)$$

Collins (1979), Vecchio ir Collins (1981) pasiūlė tokią gniuždomojo betono įtempių skaičiavimo formulę:

$$\sigma_c = \frac{f_c}{0,8 + 170\varepsilon_c}, \quad (1.2)$$

pagal EC2 (2004) gniuždomojo betono įtempiai apskaičiuojami taip:

$$\sigma_c = f_c \frac{1,1E_c\varepsilon_c / \varepsilon_0 - (\varepsilon_c - \varepsilon_0)^2}{1 + (1,1E_c\varepsilon_0 / f_c - 2)\varepsilon_c / \varepsilon_0}, \quad (1.3)$$

čia σ_c , ε_c – gniuždomojo betono įtempiai bei deformacija; ε_0 – deformacija atitinkanti standartinio gniuždomo bandinio maksimalius įtempius f_c .

Saenz (1964) gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagramos nustatymui pasiūlė tokią išraišką:

$$\sigma_c = \frac{E_c\varepsilon_c}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{\text{sec}}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} \right)^2}, \quad (1.4)$$

Popovics (1973) pasiūlė įvertinti gniuždomojo betono įtempius pagal formulę:

$$\sigma_c = f_c \frac{\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^n}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^n}, \quad (1.5)$$

čia n nustatomas pagal tokią formulę:

$$n = \frac{E_c}{E_c - E_{\text{sec}}}, \quad (1.6)$$

čia E_{sec} – kirstinis betono tamprumo modulis apskaičiuojamas taip:
 $E_{\text{sec}} = f_c / \varepsilon_0$.

(1.1) ir (1.5) apibūdina kylančiąją $\sigma - \varepsilon$ kreivės dalį, o krentančioji dalis dažnai imama tiesės formos, kurios pavyzdys pateiktas 1.2 paveiksle (3 kreivė). Nors lenkiamų elementų tyrimuose nustatytos ribinės gniuždomojo betono deformacijos ε_u kinta plačiose ribose 0,0025–0,006, dažniausiai ε_u priimama tarp 0,003–0,004.

Carreira ir Chu (1986) pasiūlė pilną (įskaitant ir krentančiąją dalį) $\sigma - \varepsilon$ diagramos formulę:

$$\sigma_c = \frac{\beta_c f_c (\varepsilon_c / \varepsilon_0)}{\beta_c - 1 + (\varepsilon_c / \varepsilon_0)^{\beta_c k_2}}, \quad (1.7)$$

čia β_c ir k_2 – empiriniai koeficientai.

Thorenfeldt *et al.* (1987) pasiūlė (1.7) taikyti stipriesiems betonams, imant:

$$\beta_c = 1 / (1 - f_c / \varepsilon_0 E_c), \quad (1.8)$$

Mansur *et al.* (1997) priėmė tokią β_c koeficiento išraišką:

$$\beta_c = 1 / (1 - f_c / \varepsilon_0 E_c). \quad (1.9)$$

Deformacijai ε_0 nustatyti pasiūlyta įvairių formulių. Pagal EC2 (2004) ši deformacija apskaičiuojama taip:

$$\varepsilon_0 = -0,7 f_{cm}^{0,31}, \quad (1.10)$$

Nicolo *et al.* (2004) pasiūlė deformacijai ε_0 tokią skaičiavimo formulę:

$$\varepsilon_0 = 0.00076 + [(0,626 f_c' - 4,33) \times 10^{-7}]^{0,5}, \quad (1.11)$$

čia f_c išreikštas MPa.

1.1.3. Tempiamasis betonas

Tempiamojo betono stipris yra sąlyginai mažas. Skirtumas tarp atlaikomų gniuždymo ir tempimo įtempių betone gali kisti nuo 10 iki 20 kartų. Tačiau betono stipris tempiant yra vienas pagrindinių veiksnių, kuris nulemia gelžbetoninių konstrukcijų pleišėjimą, deformacijas bei betono ir armatūros įtempius.

Pagal EC2 (2004) tempiamasis betono stipris randamas pagal formulę:

$$\begin{aligned} f_{ct} &= 0,30(f_{cm} - 8)^{2/3}, \text{ kai } f_{cm} \leq 58 \text{ MPa,} \\ f_{ct} &= 2,12 \ln(1 + f_{cm} / 10), \text{ kai } f_{cm} > 58 \text{ MPa,} \end{aligned} \quad (1.12)$$

čia f_{cm} yra cilindrinis betono stipris gniuždant.

Ašine jėga tempiamas betonas dirba tampriai, kol įtempiai neviršija $0,6 f_{ct}$. Šie įtempiai gali būti laikomi tamprumo riba. Prasidėjęs mikropleišėjimas tampa pastebimas, kai įtempiai pasiekia $0,75 f_{ct}$. Pasiekus maksimalius įtempius f_{ct} ir juos atitinkančias deformacijas ε_{cr} , tamprios ir plastinės deformacijos apytikriai yra lygios. Viršijus deformacijas ε_{cr} , betonas dar ilgai atlaiko įtempius. Nearmuotų betoninių bandinių įtempių ir deformacijų diagramos krentančiosios da-

lies tyrimų autoriai Hughes ir Chapman (1966), Evans ir Marathe (1968), Lemnitzer *et al.* (2008) nustatė, kad maksimalios deformacijos gali viršyti ε_{cr} net 30 kartų.

Tempiamojo betono elgseną tyrė Notkus (1982), Kupliauskas ir Notkus (1987), Kudzys ir Notkus (1978), Liu *et al.* (2008), Darwin *et al.* (2001), Lemnitzer *et al.* (2008).

1.1.4. Pleišėjimo modeliai

Plačiausiai taikomi du betono pleišėjimo modeliai:

Diskrečių plyšių modelis. Šis modelis leidžia įvertinti tai, kad maksimalūs įtempiai armatūroje bei gniuždomajame betone yra diskrečių plyšių pjūviuose, o tostant nuo plyšių, įtempiai armatūroje bei gniuždomajame betone mažėja, o tempiamajame betone auga. Diskrečių plyšių modelius taip pat nagrinėjo Marcinkovich, Olsen (2003), Pelessone *et al.* (2003), Shi, Suzuki, Ohtsu (2004). Vienas pagrindinių modelio trūkumų yra tas, kad atsiradus naujiems plyšiams būtina keisti baigtinių elementų tinklą.

Vidutinių plyšių modelis. Laikoma, kad diskretusis plyšys pakeičiamas begale smulkių lygiagrečių plyšelių, turinčių adekvacią įtaką. Kiekviename apkrovimo lygyje gelžbetoninių elementų deformacijų skirtumas gali būti apskaičiuotas taip:

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^{co} + \Delta\varepsilon^{cr}, \quad (1.13)$$

čia $\Delta\varepsilon^{cr}$ ir $\Delta\varepsilon^{co}$ yra atitinkamai plyšių bei betono deformacijos.

Kaip pasiūlė De Borst ir Nauta (1985) kiekviename naujame apkrovos žingsnyje deformacijų pokytį $\Delta\varepsilon^{cr}$ diskrečiajame plyšyje galima pakeisti į keletą naujų lygiagrečių plyšių. Priklausomybė tarp globalių koordinatinių deformacijų pokyčio ir plyšių deformacijų lokaliuose koordinatėse gali būti užrašyta taip:

$$\Delta\varepsilon^{cr} = N\Delta e^{cr}, \quad (1.14)$$

čia N – deformacijų transformacijų matrica pakeičianti kiekvieno plyšio lokalių deformacijų Δe^{cr} pokytį į lokalias.

Įtempių pokyčių priklausomybę nuo deformacijų galima užrašyti taip:

$$\Delta\sigma = D^{co}\Delta e^{co}, \quad (1.15)$$

čia D^{co} – matrica įvertinanti pakitusias betono savybes.

Vidutinių plyšių modelius tyrė Litton (1974), Rings ir Powell (1986), Bazant ir Gambarova (1980), Gupta ir Maestrini (1989), Vecchio (2000).

Žinomi keli vidutinių plyšių modeliai, iš kurių galima išskirti fiksuoto bei besisukančio plyšio modelius (1.3 pav.).

1.3 pav. Pleišėjimo modeliai: (a) atsivėrusio; (b) fiksuoto ir (c) besisukančio plyšio

Fig. 1.3. Cracking models: (a) opened; (b) fixed and (c) rotating crack

Fiksuoto plyšio modelyje (1.3b pav.) plyšio kryptis nusakoma svarbiausiųjų įtempių kryptimi, susidarant plyšiui. Besisukančio plyšio modelyje (1.3c pav.) svarbiausiųjų įtempių kryptys sutampa su svarbiausiųjų deformacijų kryptimis, o kartu ir su ortotropijos ašimis.

1.1.5. Armatūros ir betono sukibimas

Bendras armatūros ir betono deformacijas užtikrina šių medžiagų sukibimas. Dėl labai skirtingų armatūros ir tempiamojo betono deformacinių bei stiprumo savybių bendras jų darbas yra sudėtingas. Prieš atsirandant plyšiams, armatūros ir betono sukibimą galima laikyti idealiu, tačiau, didėjant apkrovai ir vystantis plyšiams, atsiranda sukibimo defektai, sąlygojantys armatūros praslydimą betone. Sukibimo kokybė priklauso nuo armatūros paviršiaus, betono stiprumo, apkrovimo istorijos, apkrovos krypties, įtempių būvio ir kitų faktorių. Pavyzdžiui, veikiant gniuždymo įtempiams skersine kryptimi, maksimalūs tangentiniai įtempiai armatūros ir betono kontakto paviršiuje gali padidėti keletą kartų.

Betono pleišėjimo ir sukibimo efektai modeliuojami dvejopai:

1. Tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagrama, kuria įvertinamas betono pleišėjimas, elgsena tarp plyšių bei armatūros praslydimas. Tokia tempiamojo betono diagrama taikoma vidutinių plyšių modelyje.

2. Armatūros ir tempiamojo betono sukibimo ir praslydimo elgsena. Tokia modelyje betono ir armatūros sukibimo elgsenai įvertinti taikomas diskrečiųjų plyšių analitinis modelis. Supleišėjusiame elemente armatūros ir betono įtempimai pasiskirsto netolygiai, plyšio vietoje armatūra išlaiko visas veikiančias įrašas, o atkarpose tarp plyšių dalį veikiančių įtempių perima armatūrą supantis

betonas. Tolstant nuo plyšio, armatūros ir betono sukibimas gerėja. Todėl tarp plyšių į darbą įsijungia betonas – jame atsiranda tempimo įtempimų. Betono ir armatūros sukibimą tyrė Watstein ir Seese (1945), Watstein (1947), Lutz ir Gergely (1967), Esfahani ir Rangan (1998) Gambarova *et al.* (1989), Kwak ir Song (2002), Ruiz *et al.* (2007), Leutbecher ir Fehling (2009) Lackner & Mang (2003), Borosnyói & Balázs (2005), Eckfeldt (2005), Ruiz *et al.* (2007), Vollum *et al.* (2008), Piyasena (2002), Leutbecher & Fehling (2009).

1.1.6. Tempiamojo sustandėjimo modeliai

Kaip yra žinoma, supleišėjusiam gelžbetoniniame elemente plyšio vietoje betono tempimo įtempiai yra lygūs nuliui, visą išorinės apkrovos sukeltą įrašą atlaiko armatūra. Kadangi plyšyje ir gretimuose pjūviuose armatūra praslysta betono atžvilgiu, kontakto zonoje atsiranda tangentiniai įtempiai. Šie įtempiai perduodami betonui, todėl jis atlaiko tempimo įtempius. Armatūros ir betono sąveika ruožuose tarp plyšių standina gelžbetoninį elementą. Supleišėjusio betono gebėjimas atlaikyti tempimo įtempius vadinama *tempiamuoju sustandėjimu* (angl. *tension stiffening*). Pagal Belarbi ir Hsu (1991), Sato *et al.* (2004), Torres *et al.* (2004) tempiamojo sustandėjimo efektas susideda iš dviejų komponentų: pirmoji – supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir deformacijų kreivė, ir antroji – vidutinė plieno įtempių ir deformacijų diagrama. Laikoma, kad ašinė jėga apkrautame gelžbetoniniame elemente betono bei plieno vidutinės deformacijos ε_{sm} yra lygios.

Egzistuoja daug modelių aprašančių gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo efektą, daugelis jų paremti tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagrama (1.4 pav.).

1.4 pav. Tempiamojo sustandėjimo modeliai

Fig. 1.4. Tension stiffening models

Supleišėjusiojo tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramą (1.4 pav.) galima suskirstyti į kylančiąją ir krentančiąją dalis. Kylančiąją dalimi įvertinama tampri tempiamojo betono elgsena:

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t, \text{ kai } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr}, \quad (1.16)$$

čia σ_t ir ε_t yra atitinkamai betono įtempiai ir deformacija.

Netiesinei (krentančioji $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagramos dalis 1.4 paveikslas) tempiamojo betono elgsenai charakterizuoti pasiūlyta daug modelių. Careira ir Chu (1986) pasiūlė tempiamojo betono įtempių skaičiavimo formulę analogišką gniuždomojo betono $\sigma - \varepsilon$ diagramai (1.7):

$$\sigma_t = \frac{\beta_t f_{ct} (\varepsilon_t / \varepsilon_t)}{\beta_t - 1 + (\varepsilon_t / \varepsilon_t)^{\beta_t}}, \quad (1.17)$$

čia β_t – empirinis koeficientas.

Hsu (1993) pasiūlė tempiamojo betono įtempius apskaičiuoti taip:

$$\sigma_t = f_{ct} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} \right)^{0,4}, \quad (1.18)$$

$$f_{ct} = 0,311 \sqrt{f_c}. \quad (1.19)$$

Bhide (1986) pasiūlė įvertinti tempiamojo supleišėjusio betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos krentančiąją dalį taip:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + 1000 \varepsilon_t (|\Phi|/90)^{1,5}}, \quad (1.20)$$

čia Φ – kampas tarp gelžbetoninio elemento išilginės armatūros bei plyšio krypties, matuojamas laipsniais.

Collins ir Mitchell (1991) pasiūlė tokią tempiamojo betono įtempių išraišką:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_t}}, \quad (1.21)$$

$$f_{ct} = 0,33 \sqrt{f_c}. \quad (1.22)$$

Achyutha *et al.* (1999) tempiamojo sustandėjimo kreivės krentančiąją dalį pasiūlė skaičiuoti taip:

$$\sigma_t = \frac{f_{ck}}{\alpha}, \quad (1.23)$$

čia α – iš eksperimentinių rezultatų nustatytas koeficientas, apskaičiuojamas taip: $\alpha = -21,67 + 16,59\rho + 0,66f_{ck} - 0,27\rho f_{ck}$.

Kai kuriose modeliuose tempiamojo betono įtempių ir deformacijų kreivė charakterizuojama koeficientu β , kuris susietas su pleišėjimo deformacija ε_{cr} . Pasiekus vidutinę deformaciją $\beta\varepsilon_{cr}$, tempiamojo betono įtempiai tampa lygūs nuliui. Skirtingi autoriai siūlė taikyti įvairias fiksuotas koeficiento β reikšmes. Damjanic ir Owen (1984) siūlė šlyties atveju β imti tarp 5 ir 10, o lenkimo atveju – tarp 20 ir 25. Vecchio ir Collins (1986) pasiūlyto koeficiento β reikšmė, gauta iš stipriai armuotų elementų eksperimentų rezultatų, apytiksliai buvo lygi 20, Bazant ir Oh (1983) pateikia $\beta = 7,7$ reikšmę.

Kaklauskas (2001) pasiūlė tokią tempiamojo sustandėjimo formulę, nustatytą iš lenkiamųjų elementų eksperimentinių duomenų:

$$\sigma_t = 0,625f_{ct} \left(1 - \frac{\overline{\varepsilon}_{ct}}{\beta} + \frac{1 + 0,6\beta}{\overline{\varepsilon}_{ct}} \right), \quad \overline{\varepsilon}_{ct} = \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{cr}}, \quad (1.24)$$

$$\beta = 32,8 - 27,6p + 7,12p^2. \quad (1.25)$$

Tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentiniai tyrimai parodė, kad tempiamasis sustandėjimas priklauso ne tik nuo tempiamojo betono stiprio, bet ir nuo armavimo koeficiento, armatūros strypų paviršiaus, skersmens bei kitų veiksnių.

Bichoff (1983) pasiūlytas metodas remiasi bendrąja tempiamojo gelžbetoninio elemento pusiausvyros lygtimi:

$$N = \overline{N}_s + \overline{N}_c, \quad (1.26)$$

čia $\overline{N}_s$ – vidutinė įrąža, veikianti armatūroje, randama taip: $\overline{N}_s = A_s E_s \varepsilon_{sm}$; $\overline{N}_c$ – vidutinė įrąža betone; A_s ir E_s atitinkamai tempiamos armatūros plotas ir tamprumo modulis; ε_{sm} – vidutinė santykinė deformacija.

Vidutinė gelžbetoninio elemento tempiamojo betono įrąža $\overline{N}_c$ apskaičiuojama taip:

$$\overline{N}_c = A_c \overline{\sigma}_c = A_c \beta f_{ct} = \beta P_{cr}, \quad (1.27)$$

čia $\overline{\sigma}_c$ yra vidutiniai betono įtempiai; P_{cr} – pleišėjimo apkrova; β – koeficientas įvertinantis betono sukibimą su armatūra.

Fields ir Bichoff (2004) pasiūlė tokią tempiamojo sustandėjimo formulę:

$$\sigma_t = \exp[-800(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cr})], \quad (1.28)$$

$$\sigma_{cr} = 0,37\sqrt{f_c}. \quad (1.29)$$

Vidutinė santykinė tempiamojo gelžbetoninio elemento deformacija apskaičiuojama pagal formulę:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} \left(\sigma_s - \beta \frac{\sigma_{cr}}{\rho} \right), \quad (1.30)$$

čia σ_s – armatūros įtempiai plyšyje; β – koeficientas lygus 0,5. Vidutinė santykinė tempiamojo gelžbetoninio elemento deformacija gali būti nustatyta taip:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s - \frac{\beta}{n\rho} \varepsilon_{sr} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left(1 - \frac{\beta}{1+n\rho} \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right), \quad (1.31)$$

čia σ_{sr} – įtempiai armatūroje elemento pleišėjimo pradžioje; n – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis: $n = E_s / E_c$.

Leonhardt (1988) koeficientui β nustatyti pasiūlė tokią išraišką: $\beta = \sigma_{sr} / \sigma_s$. Išankstinių įtempių nuostoliai, apkrovimo tipas ir naujų plyšių atsiradimas šiame modelyje yra nevertinami. Pritaikius minėtų autorių koeficiento β skaičiavimo išraišką ir kurią nors iš (1.30) arba (1.31) formulių, gaunama:

$$\varepsilon_{sm} = \left(1 - \frac{\beta}{1+n\rho} \frac{\sigma_{sr}^2}{\sigma_s^2} \right) \varepsilon_s = \left(1 - \frac{\sigma_{sr}^2}{\sigma_s^2} \right) \varepsilon_s + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \varepsilon_{cr}. \quad (1.32)$$

Pastaroji formuluotė panaudota gelžbetoninių konstrukcijų tempiamojo betono stiprio skaičiavimui CEB-FIP (1978) Model Code. Pagal CEB-FIP (1991) Model Code koeficientas β lygus 0,4.

1.2. Analiziniai ir empiriniai metodai

1.2.1. JAV normos (ACI 318)

Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivis išreiškiamas formule – $\kappa = M / EI$, čia EI – standis lenkiant. Branson (1963) pasiūlė skirtingiems apkrovimo lygiams taikyti pastovų betono deformacijų modulį (lygų tamprumo moduliui E_c), bet kintamą inercijos momentą I . Tampriame būvyje inercijos

momentas I_g nustatomas visam betoniniam skerspjūviui, neįvertinant armatūros. Supleišėjusiam skerspjūviui inercijos momentas I_{cr} apskaičiuojamas neįvertinant tempiamojo betono dalies. Branson (1963) pasiūlė tokią empirinę inercijos momento formulę apkrovai, kuri yra atitinkamai didesnė už pleišėjimo, bet mažesnė už armatūros takumą atitinkančias apkrovas:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr}, \quad (1.33)$$

čia $M_{cr} = f_r I_g / y_t$ – pleišėjimo momentas; $f_r = 0,643 \sqrt{f_c}$ [MPa] – iš lenkimo bandymų nustatytas tempiamojo betono stipris, neįvertinant jo plastinių savybių; y_t – atstumas nuo skerspjūvio svorio centro iki tempiamo krašto; f_c – cilindrinis gniuždomojo betono stipris.

Teng ir Branson (1993) praplėtė šio metodo taikymą išankstinio įtempimo atvejui. Ghali (1993) teigė, kad kai kuriems praktinio skaičiavimo atvejams (kai armavimo koeficientas yra mažas arba lenkimo momentas yra nežymiai didesnis už pleišėjimo momentą) ACI metodu apskaičiuoti įlinkiai gali būti netikslūs.

Atlikti Al-Zaid ir Al-Shaik (1993) eksperimentiniai tyrimai parodė, kad koeficiento β reikšmė priklauso nuo armavimo koeficiento ρ ir apskaičiuojama pagal pasiūlytą formulę:

$$\beta = 3 - 0,8\rho. \quad (1.34)$$

Grossman (1981) atliko skirtingų medžiagų ir skerspjūvių sijų parametrinę analizę, nustatydamas efektyvųjį inercijos momentą pagal Branson (1963) formulę. Pagal šiuos rezultatus Grossman (1981) patobulino I_e skaičiavimo formulę, eliminuodamas būtinybę įvertinti supleišėjusio skerspjūvio inercijos momentą I_{cr} :

$$\begin{aligned} \frac{I_e}{I_g} &= \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \leq 1,0, \text{ jei } \frac{M}{M_{cr}} \leq 1,6 \text{ ir} \\ \frac{I_e}{I_g} &= 0,1 \left(\frac{M}{M_{cr}} \right) K^*, \text{ jei } \frac{M}{M_{cr}} > 1,6, \end{aligned} \quad (1.35)$$

čia K^* – parametras įvertinantis skerspjūvio matmenis ir medžiagų stiprumo charakteristikas ir apskaičiuojamas taip:

$$K^* = \left(\frac{d/h}{0,9} \right) \left[\frac{\sqrt{2330/w_c}}{0,4 + (1,4M/M_u)(f_y/690)} \right], \quad (1.36)$$

čia w_c – gelžbetonio tūrio svoris (kg/m^3) ir f_y – armatūros takumo riba (MPa).

Rangan (1982) nagrinėjo stačiakampio skerspjūvio sijų apkrautų išorine apkrova, efektyvųjų inercijos momentą, taikydamas Branson (1963) formulę. Pagal tyrimų rezultatus buvo pasiūlytos šios formulės:

jeigu $n\rho > 0,045$,

$$\frac{I_e}{bd^3} = 0,1599\sqrt{n\rho}, \quad (1.37)$$

jeigu $n\rho \leq 0,045$,

$$\frac{I_e}{bd^3} = 0,0019/n\rho, \quad (1.38)$$

čia $n = E_s/E_c$ – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis.

1.2.2. Murašev metodas

Rusų mokslininkas Murašev (1950) pasiūlė supleišėjusių gelžbetoninių elementų deformacijų apskaičiavimo teoriją, pagrįstą plokščiųjų pjūvių prielaida ir eksperimentinių tyrimų rezultatais. Kreivio formulę jis užrašė taip:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{sm}}{d - x_m} = -\frac{\varepsilon_{cm}}{x_m}, \quad (1.39)$$

čia ε_{sm} ir ε_{cm} – atitinkamai, betono tempiamojo ir gniuždomojo sluoksnių vidutinės deformacijos; x_m – lenkiamojo gelžbetoninio elemento gniuždomosios zonos aukštis, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$x_m = \frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{cm}} d. \quad (1.40)$$

Gelžbetoninio elemento kreivis gali būti apskaičiuojamas iš vidutinių tempiamosios armatūros arba gniuždomosios zonos betono deformacijų:

$$\kappa = \frac{\sigma_s}{E_{s,red}(d - x_m)} - \frac{\sigma_c}{E'_c x_m}, \quad (1.41)$$

čia $E_{s,red}$ – vidutinis armatūros tamprumo modulis įvertinantis tempiamąjį standėjimą:

$$E_{s,red} = \frac{E_s}{\psi_s}. \quad (1.42)$$

E'_c – tampaiai-plastinis betono tamprumo modulis gniuždant lygus:

$$E'_c = \nu E_c, \quad (1.43)$$

čia ψ_s – vidutinių armatūros deformacijų ε_{sm} bei armatūros deformacijų plyšio pjūvyje ε_s santykis; ν – koeficientas, kuris parodo tampriųjų gniuždomojo betono deformacijų dalį.

Gelžbetoninio elemento skerspjūvio atsparumo modulis:

$$W_t = \frac{M}{\sigma_s}, W_c = \frac{M}{\sigma_c}. \quad (1.44)$$

Pertvarkius lygtį (1.43) galima nustatyti lenkiamojo elemento standumą:

$$B = \frac{E_s}{\psi_s} A_{s1} (d - x_m) (d - 0,5x_m). \quad (1.45)$$

Murašev (1950) teorija toliau buvo vystoma Gvozdev (1962) ir jo mokinių, taip pat ji buvo panaudota sovietinėse projektavimo normose SNiP. Pateiktomis prielaidomis paremtos ir Lietuvos projektavimo normos STR 2.05.05:2005 (2005). Pagal STR 2.05.05:2005 (2005) supleišėjusio gelžbetoninio elemento kreivis išreiškiamas per vidutinės tempiamosios armatūros ε_{sm} ir kraštinio gniuždomojo betono sluoksnio ε_{cm} deformacijas:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{cm}}{d}, \quad (1.46)$$

čia

$$\varepsilon_{sm} = \psi_s \varepsilon_s = \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} = \psi_s \frac{M}{z A_s E_s}, \quad (1.47)$$

$$\varepsilon_{cm} = \psi_c \varepsilon_c = \psi_c \frac{\sigma_c}{\nu E_c} = \psi_c \frac{M}{(1 + \varphi_f) E_c z b \nu d}, \quad (1.48)$$

čia M – išorės momentas; z – skerspjūvio vidaus jėgų petys; d – efektyvus skerspjūvio aukštis; ψ_s – vidutinių armatūros deformacijų ε_{sm} bei armatūros deformacijų plyšio pjūvyje ε_s santykis; ψ_c – analogiškas koeficientas kraštiniam gniuždomojo betono sluoksniui; A_s – tempiamosios armatūros skerspjūvio plotas, E_s ir E_c – atitinkamai armatūros ir betono tamprumo moduliai; ν – koeficientas, kuriuo įvertinamos gniuždomojo betono plastinės deformacijos; ϕ_f – koeficientas, kuriuo įvertinama gniuždomosios armatūros bei gniuždomosios tėjinio skerspjūvio lėntynos įtaka.

1.2.3. Rusijos normos (SP 52-101)

SP 52-101 (2003) metodas remiasi medžiagų atsparumo bei statybinės mechanikos taisyklėmis. Nesuplėišėjusiojo ir suplėišėjusiojo gelžbetoninio elemento kreivis apskaičiuojamas taip:

$$\kappa = \frac{M}{D}, \quad (1.49)$$

čia M yra išorinių apkrovų sukeltas lenkimo momentas; D – lenkiamojo gelžbetoninio elemento skerspjūvio standumas.

Tamprumo modulis E_{c1} nesuplėišėjusiems elementams tempiamoje zonoje apskaičiuojamas taip:

$$E_{c1} = 0,85E_c, \quad (1.50)$$

čia E_c – betono tamprumo modulis apskaičiuotas pagal SP 52-101 (2003).

Transformuoto nesuplėišėjusio skerspjūvio inercijos momentas tempiamojoje zonoje yra lygus:

$$I_{red} = I + nI_{s1} + nI_{s2}, \quad (1.52)$$

čia n – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis; I – elemento betoninio skerspjūvio inercijos momentas apskaičiuotas pagal transformuoto skerspjūvio centrą; I_{s1} ir I_{s2} atitinkamai gniuždomosios ir tempiamosios armatūros inercijos momentai nustatyti pagal elemento transformuoto skerspjūvio centrą:

$$I_{s1} = A_{s1}(d - y_c)^2, \quad (1.53)$$

$$I_{s2} = A_{s2}(y_c - a_2)^2, \quad (1.54)$$

čia y_c – atstumas tarp gniuždomosios zonos krašto ir elemento transformuoto skerspjūvio centro; α_2 – gniuždomosios armatūros apsauginio betono sluoksnio storis.

Transformuoto supleišėjusio skerspjūvio inercijos momentas tempiamojoje zonoje apskaičiuojamas pagal tokią formulę:

$$I_{red} = I_c + \alpha_{s2} I_{s1} + \alpha_{s1} I_{s2}, \quad (1.55)$$

čia I_{s1} ir I_{s2} atitinkamai gniuždomosios ir tempiamosios armatūros inercijos momentai, nustatyti pagal elemento transformuoto skerspjūvio centrą; I_c – elemento betoninio skerspjūvio inercijos momentas, apskaičiuotas pagal transformuoto skerspjūvio centrą; α_{s1} ir α_{s2} atitinkamai tempiamosios ir gniuždomosios zonos armatūros ir betono tamprumo modulių santykių koeficientai.

Stačiakampio skerspjūvio inercijos momentas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$I_c = \frac{bx_m^3}{3}, \quad (1.56)$$

čia x_m – vidutinis betono gniuždomosios zonos aukštis apskaičiuotas pagal SP 52-101 (2003).

Armatūros ir betono tamprumo modulių santykių koeficientai: gniuždomajai armatūrai:

$$\alpha_{s1} = \frac{E_s}{E_{c,red}}, \quad (1.57)$$

tempiamajai armatūrai:

$$\alpha_{s2} = \frac{E_{s,red}}{E_{c,red}}, \quad (1.58)$$

čia $E_{s,red}$ – vidutinis armatūros tamprumo modulis įvertinantis tempiamojo betono įtaką tarp plyšių:

$$E_{s,red} = \frac{E_s}{\psi_s}, \quad (1.59)$$

čia ψ_s įvertina tempiamojo betono elgseną tarp plyšių ir parodo vidutinę tempiamosios zonos armatūros deformaciją ir apskaičiuojamas taip:

$$\psi_s = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{s,cr}} = 1 - 0,8 \frac{M_{cr}}{M}, \quad (1.60)$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ct} I_{red}}{y_t}, \quad (1.61)$$

čia ε_{sm} – vidutinė tempiamosios armatūros deformacija; $\varepsilon_{s,cr}$ – armatūros deformacija supleišėjusiam skerspjūvyje; $f_{ct,m}$ – betono stipris tempiant pagal SP 52-101 (2003).

1.2.4. A. Rozembliumo metodas

Pagal Rozembliumo (1966) skaičiavimo metodiką supleišėjusiam gelžbetoniniame elemente apkrautame trumpalaikie išorine apkrova įtempių ir įlinkių priklausomybė įvertinama kaip tiesinė – tampri.

Lenkiamojo gelžbetoninio elemento gniuždomosios zonos įtempiai aprašomi trapezoidine diagrama. Išorinės apkrovos lenkimo momentai ir ašinės jėgos nagrinėjami skerspjūvio krašto atžvilgiu. Gelžbetoninio elemento kreivis apskaičiuojamas:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} (1 - k) + \frac{1}{\rho_I} k, \quad (1.62)$$

čia $1/\rho_0$ – supleišėjusio elemento skerspjūvio kreivis; $1/\rho_I$ – nesupleišėjusio skerspjūvio kreivis; k – koeficientas, įvertinantis betono σ_c ir armatūros σ_s įtempių diagramas tarp plyšių. Koeficientas k priklauso nuo φ_s ir φ_c parametrų, kurie apskaičiuojami pagal tokias išraiškas:

$$\varphi_s = (1 - k) + k \frac{\sigma_s'}{\sigma_s}, \quad (1.63)$$

$$\varphi_c = (1 - k) + k \frac{\sigma_c'}{\sigma_c}. \quad (1.64)$$

Analizuodamas kreivio kitimą elemente, Rozembliumas (1966) nustatė, kad kreivį pakanka apskaičiuoti tik dviejuose skerspjūviuose – ten, kur lenkimo momentas M turi didžiausią ir mažiausią reikšmes. Kituose pjūviuose kreivis nustatomas interpoliuojant tarp šių ribinių reikšmių, laikant, kad jo kitimas proporcingas momento M kitimui.

1.2.5. R. Šimkaus metodas

R. Šimkus (1998) remiantis eksperimentinių tyrimų rezultatais pasiūlė tokią gelžbetoninio elemento kreivio formulę:

$$\kappa = aM_u \left(\frac{M}{M_u} - b \right) / E_c I_{tr}, \quad (1.65)$$

čia parametrai a ir b skaičiuojami elementams be išankstinio įtempimo:

$$a = 3,70e^{0,19(\alpha-1,75)-2,5(\mu n-0,134)}, \quad (1.66)$$

$$b = 0,085(\ln \alpha + \sqrt{(\ln \alpha)^2 + 2,44}), \alpha = I_{tr} / nA_s h^2, \quad (1.67)$$

čia M ir M_u – atitinkamai yra išorinės apkrovos ir ribinis lenkimo momentai; I_{tr} – transformuoto skerspjuvio inercijos momentas; $\mu = A_s / A_c$ – armavimo koeficientas; n – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis; h – skerspjuvio aukštis.

1.2.6. V. Kuznycky metodas

Kuznysky (1975) elemento kreivį siūlo skaičiuoti įvertinant statmeno pjūvio standumo sumažėjimą iki nulio prieš suyrant elementui. Nagrinėjamos sijos ilgio ruožo vidutinis standumas. Nesupleišėjusio ir supleišėjusio ruožų elemento standumas apskaičiuojamas pagal išraiškas:

$$B_I = \gamma E_c I_1, \quad (1.68)$$

$$B_{II} = B_I \left[1 - \frac{M}{M_u} \left(1 - \frac{I_{II}}{I_1} \right) \varphi_{cx} \varphi_N \right], \quad (1.69)$$

čia γ – koeficientas, įvertinantis statinės apkrovos pasikartojimus (sijai, apkraunamai pirmą kartą, $\gamma = 0,67$), I_1 ir I_{II} – atitinkamai pirmojo ir antrojo ruožų inercijos momentai, φ_{cx} – koeficientas, įvertinantis apkrovimo schemą (grynojo lenkimo atveju $\varphi_{cx} = 1,25$).

Santykinis vidutinis gniuždomosios zonos aukštis II elemento darbo stadijoje apskaičiuojamas, kaip vienas iš lygties sprendinių:

$$\zeta_{II}^2 + \zeta_{II} \left[2 \left(\frac{b'_f}{b} - 1 \right) \frac{h'_f}{d} + 2\mu n \right] - \left[\left(\frac{b'_f}{b} - 1 \right) \left(\frac{h'_f}{d} \right)^2 + \mu n \right] = 0. \quad (1.70)$$

Žinant parametro ζ_{II} reikšmę, skaičiuojamas I_{II} dydis, laikant, kad plyšys kerta visą tempiamąją skerspjūvio dalį.

1.2.7. V. Rokačiaus metodas

Rokačius (1975) gniuždomojo betono įtempių epiūros formą priėmė trikampę, o apskaičiuodamas deformacijas naudoja vidutinį santykinį gniuždomosios zonos aukštį ζ_{ave} , kuris apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\zeta_{ave} = -A + \sqrt{A^2 + 2\alpha k}, \quad (1.71)$$

čia

$$A = \alpha k_1 + (b'_f - b)h'_f / bd,$$

$$\alpha = \mu n / v \varphi_s,$$

$$k_1 = 1 + M_H / M,$$

$$M_H = N_{02} z,$$

$$M_1 = M - N_{02} z.$$

Šiame metode, apskaičiuojant ζ_{ave} reikšmę, kai elementą veikia išilginė jėga N_{02} , reikia atlikti iteracinį skaičiavimo ciklą, iš anksto priėmus ζ_{ave} reikšmę. Vidaus jėgų peties dydis z statmenojo stačiakampio skerspjūvio pjūvio elementui lygus $0,85d$. Žinant ζ_{ave} , nesunku apskaičiuoti vidutinės santykinės betono ir armatūros deformacijas $\varepsilon_{c,ave}$ ir $\varepsilon_{s,ave}$:

$$\varepsilon_{c,ave} = \frac{2M}{A_c z v E_c}, \quad (1.72)$$

$$\varepsilon_{s,ave} = \frac{\varepsilon_{c,ave} x_{ave}}{d - x_{ave}}. \quad (1.73)$$

Elemento kreivis šiuo atveju skaičiuojamas pagal žinomą formulę:

$$d / \rho = \varepsilon_{c,ave} + \varepsilon_{s,ave}. \quad (1.74)$$

1.3. Pirmojo skyriaus rezultatai, išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

1. Skaičiuojant gelžbetoninių elementų deformacijas didelę įtaką turi supleišėjusio tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagrama. Deja, Euronormose tokio modelio nėra, o pateikiama tik gniuždomojo betono įtempių ir deformacijų diagrama. Todėl skaitiniais metodais negalima atlikti sudėtingų konstrukcijų analizės pagal Euronormų nuostatas.
2. Sparčiai besivystantys skaitiniai metodai grindžiami įvairiais skaičiavimo principais ir gali įvertinti visus įmanomus faktorius: betono pleišėjimą, medžiagų fizinių netiesiškumą, betono susitraukimo deformaciją bei valkšnumą, armatūros praslydimą ir t. t. Vis dėl to progresas labiau susijęs su matematinio aparato tobulinimu, o ne medžiagų modelių vystymu, tai yra siūlomi tempiamojo sustandėjimo modeliai yra supaprastinti ir ne visada atspindi sudėtingą elgseną.

Atsižvelgiant į apibendrinimus, suformuluoti pagrindiniai šio darbo tyrimų uždaviniai:

- taikant Euronormų deformacijų skaičiavimo metodiką bei naudojant skaitinį eksperimentą, gauti trumpalaikę apkrova veikiamų tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas;
- atlikti parametų, turinčių įtakos supleišėjusio betono įtempių ir deformacijų diagramos formai, analizę;
- pasiūlyti tempiamojo sustandėjimo modelius tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams;
- naudojant literatūroje paskelbtus eksperimentinius duomenis, atlikti tempiamųjų elementų deformacijų ir lenkiamųjų elementų įlinkių skaičiavimo tikslumo statistinę analizę, taikant šio darbo ir kitų autorių pasiūlytus modelius ir metodus.

Tempiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo modelis

Šiame skyriuje aptariamas tempiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo modelio gavimas. Pagal EC2 skaičiavimo metodiką buvo sugeneruotas tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaitinis eksperimentas. Atlikta svarbiausių faktorių turinčių įtakos supleišėjusio betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramai analizė. Pasiūlytas tempiamojo sustandėjimo modelis, atitinkantis Euronormų tempiamųjų elementų deformacijų skaičiavimo nuostatas. Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis (Girdžius, Kaklauskas, Zamblauskaitė 2007).

2.1. Deformacijų skaičiavimo metodas pagal Euronormas

Šiame poskyryje pateikiamas tempiamųjų gelžbetoninių elementų Euro-normų (EC2) deformacijų skaičiavimo metodas. Pagal šį metodą, apskaičiuojant gelžbetoninio elemento deformacijas, išskiriami nesupleišęję ir supleišęję būviai. Nesupleišėjusiame gelžbetoniniame elemente daroma prielaida, kad tarp armatūros ir betono yra idealus sukibimas (nėra praslydimo), t. y. armatūra ir betonas deformuojasi kartu. Supleišėjusiame elemente plyšio vietoje visą tempimo jėgą perima armatūra, o tarp plyšių – armatūra ir betonas (2.1 pav.).

Tamprioje stadijoje tempiamojo gelžbetoninio elemento vidutinės deformacijos apskaičiuojamos taip:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{cm} = \frac{P}{E_c (A_c + nA_s)}. \quad (2.1)$$

Elementas, apkrautas ašine jėga, dirba tampriai tol, kol pasiekia pleišėjimo apkrovą:

$$P_{cr} = f_{ct} (A_c + nA_s), \quad (2.2)$$

čia f_{ct} – tempiamo betono stipris; A_c ir A_s betono ir armatūros skerspjūvių plotas; $n = E_s / E_c$; E_s – armatūros tamprumo modulis; E_c – betono tamprumo modulis.

Kai pasiekama pleišėjimo apkrova plyšio atsivėrimo vietoje visą tempimo jėgą perima armatūra. Staigus įtempių padidėjimas armatūroje sąlygoja žymų vidutinių deformacijų padidėjimą, jos apskaičiuojamos pagal tokią išraišką:

$$\varepsilon_m = (1 - \xi) \varepsilon_{s1} + \xi \varepsilon_{s2}, \quad (2.3)$$

čia ε_{s1} ir ε_{s2} – atitinkamai tempiamo gelžbetoninio elemento vidutinės deformacijos tamprioje ir supleišėjusioje stadijose, apskaičiuojamos pagal (2.4) ir (2.5); ξ – pasiskirstymo koeficientas:

$$\xi = 1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \quad (\text{čia } \sigma_{s2} > \sigma_{sr}), \quad (2.4)$$

čia σ_{s2} – tempiamosios armatūros įtempiai, apskaičiuoti pjūviui su plyšiu; σ_{sr} – tempiamosios armatūros įtempimai, apskaičiuoti pjūviui su plyšiu dėl apkrovos, kuriai esant nagrinėjamame pjūvyje atsiranda plyšių.

2.1 pav. Centriškai tempiamojo supleišėjusio gelžbetoninio elemento įtempiai:
(a) armatūroje; (b) betone; (c) tangentiniai

Fig. 2.1. Stress in a cracked RC member subjected to uniaxial tension: (a) reinforcement;
(b) concrete; (c) tangent

Visiškai supleišėjusio tempiamojo elemento (vidutiniai tempiamojo betono įtempiai lygūs nuliui) deformacijos:

$$\varepsilon_{s2} = \frac{P}{E_s A_s} . \quad (2.5)$$

Nesupleišėjusio ir supleišėjusio gelžbetoninio elemento skerspjūvio vidutinėms deformacijoms apskaičiuoti gali būti taikoma tokia formulė:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_{s2} - \Delta \varepsilon_s , \quad (2.6)$$

čia Δl – bendras tempiamo gelžbetoninio elemento pailgėjimas jo ilgyje l nuo išorinės apkrovos P ; $\Delta \varepsilon_s$ – tempiamo gelžbetoninio elemento deformacijos tarp plyšių:

$$\Delta \varepsilon_s = \Delta \varepsilon_{s \max} \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} , \quad (2.7)$$

čia $\varepsilon_{s \max}$ – didžiausias tampraus ir supleišėjusio elemento deformacijų skirtumas (2.2 pav).

2.2 pav. Gelžbetoninio elemento įtempių-deformacijų diagrama pagal EC2

Fig. 2.2. RC element stress-strain diagram according to the EC2

Vidutinių deformacijų formulė gaunama išraišką (2.7) įstačius į (2.6):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s\max} \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right) = \varepsilon_{s2} - (\varepsilon_{s2r} - \varepsilon_{s1r}) \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right), \\ \varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} \left[1 - \frac{\varepsilon_{s2r}}{\varepsilon_{s2}} \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right) \right] + \varepsilon_{s1r} \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right), \\ \varepsilon_{sm} &= \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \varepsilon_{s1} + \left[1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right] \varepsilon_{s2},\end{aligned}\tag{2.8}$$

čia ε_{s1r} ir ε_{s2r} – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio būvių tempiamo gelžbetoninio elemento deformacijos atitinkančios įtempius σ_{sr} .

2.2. Įtempių ir deformacijų diagramų nustatymo metodika

Šiame poskyryje pateikiamas tempiamojo sustandėjimo kreivės nustatymas iš tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos ir deformacijų diagramos. Bet kuriai apkrovimo stadijai gali būti užrašyta jėgų pusiausvyros lygtis:

$$P = N_{sm} + N_{cm}, \quad (2.9)$$

čia N_{sm} ir N_{cm} – atitinkamai vidutinė įrąža armatūroje ir betone. Žinant deformaciją duotai apkrovai, įrąža armatūroje apskaičiuojama taip:

$$N_{sm} = A_s E_s \varepsilon_{sm}, \quad (2.10)$$

čia ε_{sm} vidutinė armatūros deformacija; E_s – armatūros tamprumo modulis; A_s – tempiamos armatūros skerspjūvio plotas.

Iš (2.9) ir (2.10) išraiškų nustatome vidutinę įrąžą betone:

$$N_{cm} = P - A_s E_s \varepsilon_{sm}. \quad (2.11)$$

Taikant (2.11) formulę, apskaičiuojami vidutiniai tempiamojo betono įtempiai:

$$\sigma_{tm} = \frac{P - A_s E_s \varepsilon_{sm}}{A_c}. \quad (2.12)$$

2.3. Skaitinis eksperimentas

Šiame poskyryje pateikiamas tempiamojo sustandėjimo diagramos išvedimas tempiamiesiems gelžbetoniniams elementams. Pagal EC2 deformacijų skaičiavimo metodiką generuojamas skaitinis eksperimentas ir atliekama parametrinė bei regresinė analizės. Remiantis skaitinio eksperimento gautais rezultatais, išvedama nauja supleišėjusiojo tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivė. Modelio išvedimas atliekamas dviem žingsniais.

1 žingsnis. Dideliam tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaičiui (viso 160) pagal EC2 skaičiavimo metodiką (2.1 poskyris) generuojamos apkrovos ir deformacijų diagramos. Skaitiniame eksperimente varijuojami šie parametrai: armavimo koeficientas ($\rho = 0,4\text{--}3,0\%$), betono klasė (C20/25–C60/75) ir armatūros tamprumo modulis ($E_s = 170\text{--}210$ GPa).

Skaitiniame eksperimente generuotų apkrovos ir deformacijų diagramų įvairių parametų palyginimo pavyzdžiai pateikti 2.3–2.5 paveiksluose.

2.3 pav. Apkrovos ir deformacijų diagramos kintant armavimo koeficientui. Betono klasės: (a) C20/25 ir (b) C60/75

Fig. 2.3. Load-deformation diagrams for ranging reinforcement ratio. Grades of concrete: (a) C20/25 and (b) C60/75

Analizės, kurių rezultatai pateikti 2.3 paveiksle, kai armatūros tamprumo modulis ($E_s = 200$ GPa) pastovus. Kaip matyti, armavimo koeficientas turi didelę įtaką tempiamų gelžbetoninių elementų deformacijoms, bet beveik neturi įtakos pleišėjimo apkrovai.

2.4 pav. Apkrovos ir deformacijų diagramos kintant betono klasei. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

Fig. 2.4. Load-deformation diagrams for ranging grade of concrete. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ and (b) $\rho = 3,0 \%$

2.4 paveiksle parodytos apkrovos ir deformacijų diagramos, kai armatūros tamprumo modulis pastovus ($E_s = 200$ GPa), bet kinta betono klasė. Kaip matyti

betono klasė turi didelę įtaką tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms. Silpnai ir vidutiniškai armuotuose elementuose ($\rho \leq 1,0\%$) betono klasei kintant nuo C60/75 iki C20/25 pleišėjimo apkrova sumažėja 46 %, o stipriai armuotuose elementuose ($\rho \geq 2,0\%$) betono klasei kintant nuo C60/75 iki C20/25 pleišėjimo apkrova sumažėja 43 %.

2.5 pav. Apkrovos ir deformacijų diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 3,0\%$

Fig. 2.5. Load-deformation diagrams for ranging elastic modulus of reinforcement. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0\%$ and (b) $\rho = 3,0\%$

Analizėse, kurių rezultatai pateikti 2.5 paveiksle, buvo imta vienoda betono klasė (C20/25), bet kintantis armatūros tamprumo modulis. Didėjant armatūros tamprumo moduliui tempiamojo gelžbetoninio elemento deformacijos mažėja. Kaip matyti, armatūros tamprumo modulis neturi įtakos pleišėjimo apkrovai.

2 žingsnis. Taikant lygtį (2.12), apskaičiuojama vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivė kiekvienai apkrovos ir deformacijų diagramai, generuotai pirmajame žingsnyje. Kaip minėta, tempiamojo betono modelį sudaro kylančioji ir krentančioji dalys. Kylančiąją dalimi modeliuojama tampri betono elgsena, o krentančiąją dalimi įvertinamas tempiamojo sustandėjimo efektas.

2.6 paveiksle parodytos skaitiškai nustatytos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, esant skirtingai betono klasei. Kaip matyti, didėjant betono stipriui tempiant didėja tempimo įtempiai betone.

2.6 pav. Skaitiškai nustatytos įtempių ir deformacijų diagramos kintant betono klasei.
Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

Fig. 2.6. Numerically derived stress-strain diagrams for varying grade of concrete. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

Išvedant tempimo sustandėjimo modelį parametrinėje analizėje tikslinga tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas išreikšti santykiniais dydžiais σ/f_{ct} ir ϵ/ϵ_{cr} . Tuomet tempiamojo sustandėjimo diagrama, apskaičiuota skirtingiems betono stipriams, praktiškai sutapo (2.7 pav.). Kitos gautos tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant armavimo koeficientui ir armatūros tamprumo moduliui, parodytos 2.8–2.9 paveiksluose.

2.7 pav. Skaitiškai nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos kintant betono klasei.
Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

Fig. 2.7. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying grade of concrete. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

2.8 pav. Skaitiškai nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos kintant armavimo koeficientui. Betono klasės: (a) C20/25 ir (b) C60/75

Fig. 2.8. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying reinforcement ratio. Grades of concrete: (a) C20/25 and (b) C60/75

Kaip matyti iš 2.8 paveikslo, stipriai armuotų elementų ($\rho \geq 2,0\%$) tempiamasis sustandėjimas yra ženkliai mažesnis lyginant su mažai ir vidutiniškai armuotais elementais ($\rho \leq 1,0\%$). Čia buvo imtas vienodas armatūros tamprumo modulis ($E_s = 200$ GPa).

2.9 pav. Skaitiškai nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 3,0\%$

Fig. 2.9. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying elastic modulus of reinforcement. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 3,0\%$

2.9 paveiksle parodytos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, esant pastoviai betono klasei (C20/25), bet skirtingam

armatūros tamprumo moduliui. Nustatyta, kad armatūros tamprumo modulio įtaka tempiamojo sustandėjimo diagramos formai nedidelė.

Siekiant patikrinti, ar tempiamojo sustandėjimo modeliui turi įtakos tempiamojo gelžbetoninio elemento aukštis, skirtingų skerspjūvio matmenų (200×200 ir 400×400 mm) elementams buvo apskaičiuotos vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos. Analizė atlikta, esant armavimo koeficientui ($\rho = 3,0\%$), betono klasei (C60/75) ir armatūros tamprumo moduliui ($E_s = 200$ GPa). Gautos tempiamojo sustandėjimo diagramos tarpusavyje sutapo, jos parodytos 2.10 paveiksle.

2.10 pav. Skaitiškai nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos kintant skerspjūviui

Fig. 2.10. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying cross-section

2.4. Tempiamojo sustandėjimo modelis

Kaip minėta, tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramą sudaro dvi dalys. Pirmoji įvertina tampriąją elemento elgseną, tempiamojo betono įtempiai apskaičiuojami pagal formulę:

$$\sigma = \varepsilon E_c. \quad (2.13)$$

Antrąją tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos dalį sudaro tempiamasis sustandėjimas. Atlikus regresinę analizę, nustatyta, kad tempiamajam sustandėjimui didžiausią įtaką turi armavimo koeficientas bei armatūros ir betono tamprumo moduliai. Siekiant pasiūlyti kuo paprastesnį modelį, buvo priimtas vienas nepriklausomas kintamasis – armavimo koeficiento ir armatūros ir betono tamprumo modulių santykio sandauga (ρn). Tempiamajam sustandėjimui aprašyti, pasiūlyta nesudėtinga formulė:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{1,15}}, \quad (2.14)$$

čia A – koeficientas, kuris nustatomas taip:

$$A = 0,0022(2\rho n - 1), \quad (2.15)$$

čia nustatytas ρn parametro koreliacijos koeficientas lygus 0,987, o pasiūlytojo modelio determinacijos koeficientas – $r^2 = 0,991$.

2.11 paveiksle parodytas pagal EC2 metodiką ir pasiūlytąjį modelį apskaičiuotų tempiamojo sustandėjimo diagramų palyginimas. Ištinine linija pavaizduotos tempiamojo sustandėjimo diagramos nustatytos pagal pasiūlytąjį modelį (2.14), o punktyrine linija apskaičiuotos pagal EC2 metodiką. Kaip matyti, gautieji rezultatai tarpusavyje sutapo.

2.11 pav. Pasiūlyto modelio palyginimas su skaitiškai nustatytomis įtempių-deformacijų diagramomis taikant EC2 metodą. Betono klasės: (a) C16/20 ir (b) C60/75

Fig. 2.11. Comparison of numerically derived stress-strain diagrams by proposed model and EC2. Grades of concrete: (a) C16/20 ir (a) C60/75

2.12 paveiksle parodytos pagal EC2 metodiką ir pasiūlytąjį modelį apskaičiuotų tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos ir deformacijų diagramos. Ištinine linija pavaizduotos diagramos nustatytos pagal pasiūlytąjį tempiamojo sustandėjimo modelį (2.14), o punktyrine linija pagal EC2 skaičiavimo metodiką. Kaip matyti, gautas geras skaitinio eksperimento bei pasiūlytojo tempiamojo sustandėjimo modelio skaičiavimo rezultatų sutapimas. Čia imta viena betono klasė (C20/25) bei pastovus armatūros tamprumo modulis ($E_s = 200$ GPa).

2.12 pav. Apkrovos ir deformacijų diagramos gautos taikant pasiūlytąjį modelį ir EC2

Fig. 2.12. Load-deformation diagrams obtained by proposed model and EC2

Pasiūlytas tempiamojo sustandėjimo modelis (2.14) gerai įvertina armatūros ir betono tamprumo modulių santykio ($n = E_s / E_c$) kaitą. 2.13 paveiksle pavaizduotos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivės, imant armatūros ir betono tamprumo modulių santykius: $n = 1$; 2; 4 ir 6. Punktyrine linija parodytos pagal EC2 metodiką nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos, o ištisine linija apskaičiuotos pagal pasiūlytąjį modelį (2.14). Kaip matyti, gautieji rezultatai praktiškai sutapo. Nustatytos nedidelės paklaidos mažai ir vidutiniškai armuotiems elementams ($\rho = 1,0\%$), esant armatūros bei betono tamprumo modulių santykiui $n = 1$.

2.13 pav. Skaitiškai nustatytos tempiamojo sustandėjimo diagramos taikant pasiūlytąjį modelį ir EC2. Armavimo koeficientus: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 3,0\%$

Fig. 2.13. Numerically derived tension stiffening diagrams by proposed model and EC2. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 3,0\%$

2.5. Tempiamojo sustandėjimo diagrama pagal CEB-FIP metodą

Šiame poskyryje pateikiamas kitas, plačiai taikomas, tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo CEB-FIP (1990) metodas. Pagal šį metodą buvo apskaičiuotos tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos ir deformacijų diagramos bei nustatytos tempiamojo sustandėjimo kreivės. Atliktas minėtų diagramų palyginimas su EC2 skaičiavimo metodo gautais rezultatais.

Pagal CEB-FIP (1990) metodą tempiamųjų gelžbetoniniu elementų deformacijų skaičiavimas suskirstytas į keturis etapus (2.14 pav.):

- nesupleišjęs ruožas:

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{s,1}, \text{ kai } 0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr1}, \quad (2.16)$$

- plyšių formavimosi etapas:

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{s2} - \frac{\beta_t(\sigma_s - \sigma_{sr1}) + (\sigma_{srn} - \sigma_s)}{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}}(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}),$$

$$\text{kai } \sigma_{sr1} < \sigma_s \leq \sigma_{srn}, \quad (2.17)$$

- pleišėjimo stabilizavimasis:

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{s2} - \beta_t(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) \text{ kai } \sigma_{srn} < \sigma_s \leq f_{yk}, \quad (2.18)$$

- vidutinė tempiamojo gelžbetoninio elemento deformacija pasiekus plieno takumą:

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{sy} - \beta_t(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) + \delta(1 - \frac{\sigma_{sr1}}{f_{yk}})(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{sy}), \quad (2.19)$$

čia $\varepsilon_{s,m}$ – vidutinė deformacija visame tempiamojo gelžbetoninio elemento ilgyje, ε_1 ir ε_2 – atitinkamai: gelžbetoninio elemento nesupleišėjusio ir supleišėjusio ruožų deformacijos, ε_{sy} – armatūros takumo deformacija, σ_{sr1} – armatūros įtempiai supleišėjusiam pjūvyje prie pleišėjimo apkrovos, σ_{srn} – armatūros įtempiai plyšyje pleišėjimo stabilizavimosi etape: $\sigma_{srn} = 1,3\sigma_{sr1}$.

2.16 pav. Skaitiškai nustatytos tempimo sustandėjimo diagramos taikant EC2 ir CEP-FIP. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

Fig. 2.16. Numerically derived tension stiffening diagrams by EC2 and CEP-FIP. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 3,0 \%$

2.6. Antrojo skyriaus rezultatai ir išvados

1. Atlikta tempimo sustandėjimo modelio, gauto pagal Euronormas, analizė. Nustatyta, kad centriškai tempiamuosiuose gelžbetoniniuose elementuose betono tempimo sustandėjimo diagrama priklauso nuo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
2. Pasiūlytasis tempiamųjų elementų tempimo sustandėjimo modelis gerai atitinka Euronormų nuostatas, nustatytos iki 1 % deformacijų skaičiavimo paklaidos.

Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempimo sustandėjimo modelis

Šiame skyriuje pateikiamas tempiamojo sustandėjimo modelio išvedimas lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams. Pagal EC2 metodiką buvo apskaičiuotos momentų-kreivių diagramos. Taikant sluoksnių metodą iš skaitinio eksperimento rezultatų nustatytos tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos ir atlikta parametrinė analizė. Remiantis gautais rezultatais pasiūlytas naujas, atitinkantis Euronormų deformacijų skaičiavimo nuostatas, lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo sustandėjimo modelis. Skyriaus tematika paskelbti trys autoriaus straipsniai (Kaklauskas, Bačinskas, Girdžius, Sokolov 2008; Kaklauskas, Gribniak, Girdžius 2011; Girdžius, Kaklauskas, Zamblauskaitė, Jakubovskis 2011).

3.1. Momentų-kreivių skaičiavimas pagal EC2 metodą

Šiame poskyryje pateikiamas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų EC2 kreivių skaičiavimo metodas. Pagal šį metodą apskaičiuojant gelžbetoninio elemento kreivius, išskiriami nesupleišęję ir supleišęję būviai. Nesupleišėjusiam būvyje betonas ir armatūra deformuojasi tampriai, tuo tarpu supleišėjusiam visus tempimo įtempius perima armatūra. Supleišėjusio elemento vidutinis kreivis randamas pagal formulę:

$$\kappa_m = (1 - \xi)\kappa_1 + \xi\kappa_2, \quad (3.1)$$

čia κ_1 ir κ_2 – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai; ξ – pasiskirstymo koeficientas:

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2, \quad (3.2)$$

čia β – koeficientas, kuriuo įvertinama apkrovos trukmė ir pobūdis: 1 – trumpalaikiai apkrovai, 0,5 – ilgalaikiai arba ciklinei apkrovai.

Kreiviai κ_1 ir κ_2 apskaičiuojami pagal formules:

$$\kappa_1 = \frac{M}{E_c I_1}, \quad (3.3)$$

$$\kappa_2 = \frac{M}{E_c I_2}, \quad (3.4)$$

čia I_1 ir I_2 – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento redukuoti inercijos momentai; E_c – betono tamprumo modulis.

Lenkiamojo gelžbetoninio elemento pleišėjimo momentas pagal EC2 metodą apskaičiuojamas pagal išraišką:

$$M_{cr} = W_1 f_{ct}, \quad (3.5)$$

čia f_{ct} – betono stipris tempiant; W_1 – skerspjūvio atsparumo momentas tamprioje stadijoje.

3.2. Trumpas metodo aprašymas tempiamojo sustandėjimo kreivei išvesti iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų momentų-kreivių diagramų

Šiame poskyryje pateikiamas Kaklauskio (2001) pasiūlytas integralinis metodas supleišėjusio tempiamo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramoms nustatyti iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių duomenų. Tokia diagrama apima betono pleišėjimo, betono su armatūra sukibimo tarp plyšių, armatūros praslydimo betone ir betono susitraukimo efektus.

Integralinis modelis apima tradicinės armatūros ir gniuždomo betono įtempių ir deformacijų diagramas bei integralinę tempiamo betono fizinę kreivę. Terminu „integralinis“ taip pat pažymima, kad fizinis modelis skirtas ne įtempių ir deformacijų būviui nustatyti tam tikrame elemento pjūvyje arba taške, o elemento ruožo, kaip atskirų pjūvių visumos, vidutinių deformacijų (ir įtempių) apskaičiavimui.

3.2.1. Taikytos prielaidos

Taikomos šios prielaidos, įvertinančios lenkiamųjų gelžbetoninių elementų darbą:

a) plokščiųjų pjūvių hipotezė, t. y. deformacijos skerspjūvio aukštyje kinta tiesiškai;

b) armatūros ir betono sukibimas laikomas idealiu. Armatūros praslydimas betone, atsirandantis prie didesnių apkrovų, įvertinamas tempiamo betono fizine priklausomybe;

c) fizinis modelis pagrįstas vidutinių plyšių modeliu, t. y. skaičiavimuose taikomi vidutiniai įtempiai bei vidutinės deformacijos;

d) visiems tempiamo betono sluoksniams galioja ta pati įtempių ir deformacijų diagrama. Analogiška prielaida taikoma visiems gniuždomo betono sluoksniams.

Pastaroji prielaida yra mažiau tiksli tempiamam betonui, nes, esant duotai deformacijai, supleišėjusio betono vidutiniai įtempiai yra didesni sluoksniuose prie armatūros, nei sluoksniuose labiau nutolusiuose nuo armatūros (3.1 pav.).

3.1 pav. Skirtingais atstumais nuo armatūros strypų nutolusių tempiamo betono sluoksnių vidutinės įtempių ir deformacijų diagramos

Fig. 3.1. Average stress-strain relationships for cracked concrete in tension for different fibres of a cross-section

3.2.2. Pagrindinės geometrijos ir pusiausvyros lygtys

Nagrinėjamas dvipusiai armuotas be išankstinio įtempio gelžbetoninis elementas (3.2 pav.), apkrautas lenkimo momentu (skersinės jėgos neįvertinamos). Žinant dviejų skirtingų sluoksnių deformacijas lenkiamo gelžbetoninio elemento kreivis gali būti apskaičiuojamas taip:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_c}{h} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{d}, \quad (3.6)$$

čia ε_t , ε_c – kraštinių betono sluoksnių (atitinkamai tempiamo ir gniuždomo) vidutinės deformacijos; ε_s – tempiamos armatūros vidutinė deformacija; h , d – atitinkamai skerspjūvio aukštis ir naudingasis aukštis.

Neutraliosios ašies padėtis gali būti nustatyta iš sąlygos:

$$y_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t - \varepsilon_c} h = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s - \varepsilon_c} d. \quad (3.7)$$

Bet kurio sluoksnio deformacija įvertinama pagal tokią formulę:

$$\varepsilon_{z,i} = \kappa y_i, \quad (3.8)$$

čia y_i – i -ojo sluoksnio atstumas neutraliosios ašies atžvilgiu. Laikomasi tokios ženklų taisyklės, kad tempimo deformacija bei y_i reikšmės sluoksniams, esantiems žemiau neutraliosios ašies, būtų teigiamos.

3.2 pav. Lenkiamo gelžbetoninio elemento skerspjūvio deformacijos ir įrašos:

(a) dvipusiai armuoto elemento skerspjūvis;

(b) deformacijų diagrama; (c) vidaus jėgos ir išorės momentas

Fig. 3.2. Reinforced concrete beam section subjected to bending moment: (a) doubly reinforced section; (b) strain compatibility; (c) internal forces and external bending moment

Lenkiamo gelžbetoninio elemento vidaus jėgų pusiausvyros lygtys:

$$F_{cc} + F_{sc} + F_{ct} + F_{st} = 0, \quad (3.9)$$

$$M_{cc} + M_{sc} + M_{ct} + M_{st} - M_0 = 0, \quad (3.10)$$

čia F – vidaus jėgos; M – vidaus jėgų momentai neutraliosios ašies atžvilgiu; M_0 – išorės lenkimo momentas. Pirmoji indeksu raidė atitinka betoną (c – concrete) arba tempimą (t – tension). Vidaus jėgų ženklai tokie pat, kaip atitinkamų deformacijų.

3.2.3. Supleišėjusio betono įtempių-deformacijų diagramų nustatymo metodas, taikant lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinius duomenis

Turimi tokie lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentiniai duomenys: a) momento ir vidutinių deformacijų diagrama kraštiniam gniuždomo betono sluoksniui; b) momento ir vidutinių deformacijų diagrama kraštiniam tempiamo betono sluoksniui; c) armatūros įtempių ir deformacijų diagrama. Turint (a) ir (b) diagramas, iš (3.6) ir (3.8), gali būti nustatyta neutralios ašies padėtis ir bet kurio sluoksnio deformacija. Bet kuriai apkrovos pakopai gali būti išspręstos dvi pusiausvyros lygtys – (3.9) ir (3.10), apskaičiuojant dviejų nežinomųjų reikšmes. Vidutinių jėgų apskaičiavimui patogiu naudoti skerspjūvį sudalintą į sluoksnius. Žinant armatūros deformaciją, jos įtempiai bei atstojamoji nesunkiai nustatomi iš įtempių ir deformacijų diagramos. Išorės momentas M_0 ir visų tempiamojo bei gniuždomojo betono sluoksnių deformacijos taip pat yra žinomi. Nežinomieji

tėra – tempiamo bei gniuždomo betono įtempiai, tačiau tiek tempiamoje tiek gniuždomoje skerspjūvio dalyje yra daug sluoksnių, todėl turimų pusiausvyros lygčių (3.9) ir (3.10) nepakanka tų sluoksnių įtempiams apskaičiuoti.

Nežinomųjų skaičius gali būti sumažintas iki dviejų tokiu būdu. Nežinomaisiais laikomi kraštutinių sluoksnių gniuždomo ir tempiamo betono įtempiai. Skaičiavime apkrova didinama pakopomis. Pirmajai apkrovos pakopai apskaičiuojami vidutiniai tempiamo ir gniuždomo betono įtempiai, atitinkantys eksperimentines kraštinių sluoksnių deformacijas. Gautos įtempių ir deformacijų diagramos taikomos visiems kitiems gniuždomo ir tempiamo betono sluoksniams, kurių deformacijos yra mažesnės už kraštinių sluoksnių deformacijas. Antrajai apkrovos pakopai nustatomos naujos kraštinių sluoksnių įtempių prieaugių reikšmės, o gautosios įtempių ir deformacijų diagramos taikomos mažiau deformuotiems sluoksniams. Tokiu būdu didėjančia tvarka nustatomos gniuždomo ir tempiamo betono vidutinių įtempių ir deformacijų diagramos. Pasiūlytojo metodo esmė parodyta 3.3 paveiksle, kur eksperimentiniai taškai pažymėti apskritimais.

3.3 pav. „Eksperimentinės“ momentų ir deformacijų diagramos: kraštiniam (a) gniuždomo ir (b) tempiamo betono sluoksniams; apskaičiuotos vidutinių įtempių ir deformacijų kreivės (c) gniuždomam ir (d) tempiamam betonui

Fig. 3.3. „Experimental“ moment strain curves: for extreme fibre of (a) compressive and (b) tensile concrete; computed average stress-strain relation for concrete in (c) compression and (d) tension

Eksperimentinius taškus sujungę tiesiomis atkarpomis, gautume netolydžias momentų ir deformacijų diagramas. Tokiomis diagramomis apskaičiuotos medžiagos $\sigma - \varepsilon$ kreivės būtų trūkios. Todėl eksperimentinės momentų ir deformacijų diagramos, taikant kompiuterinę programą MATLAB, skaitiškai interpoliuojamos, t. y. padaromos tolydžiomis. Interpoliuotos kreivės parodytos ištisinėmis linijomis 3.3a ir 3.3b paveiksluose. Skaičiavimas atliekamas užduotam apkrovos pakopų skaičiui n . Kad apskaičiuotosios įtempių ir deformacijų kreivės (3.3c ir 3.3d pav.) taip pat būtų tolydžios, n turi būti pakankamai didelis. Momento prieaugis $\Delta M = M_{\max} / n$, o momentas i -ajam prieaugiui $M_i = i \cdot \Delta M$, kur $M_{\max}$ – maksimali momento reikšmė eksperimentinėse momentų ir deformacijų diagramose.

Kraštinio gniuždomo betono sluoksnio deformacijos (3.3a pav.):

$$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{c,1}, \varepsilon_{c,2}, \dots, \varepsilon_{c,n-1}, \varepsilon_{c,n}, \quad (3.11)$$

bei kraštinio tempiamo betono sluoksnio deformacijos (3.3b pav.):

$$\varepsilon_{t,i} = \varepsilon_{t,1}, \varepsilon_{t,2}, \dots, \varepsilon_{t,n-1}, \varepsilon_{t,n}, \quad (3.12)$$

atitinkančios momentus:

$$M_i = M_1, M_2, \dots, M_{n-1}, M_n, \quad (3.13)$$

nustatomos skaitiškai interpoliuotoms $M - \varepsilon$ kreivėms.

Vaizdumo ir skaičiavimo supaprastinimo dėlei galima imti ne pastovų, o kintamą skerspjūvio sluoksnių skaičių. Betono sluoksnių skaičius tiek tempiamoje, tiek gniuždomoje zonoje imamas lygiu apkrovos pakopos numeriui i ($i \leq n$). Gniuždomo betono zonos j -ojo sluoksnio ($j \leq i$) storis nustatomas ir sąlygos, kad jo kraštinių sluoksnių deformacija $\varepsilon_{c,j}$ būtų pastovi visoms apkrovos pakopoms:

$$t_{c,j,i} = y_{c,i} \left| \frac{\varepsilon_{c,j} - \varepsilon_{c,j-1}}{\varepsilon_{c,i}} \right|. \quad (3.14)$$

Analogiškai nustatomas tempiamo betono zonos j -ojo sluoksnio storis:

$$t_{c,j,i} = (h - y_{c,i}) \frac{\varepsilon_{t,j} - \varepsilon_{t,j-1}}{\varepsilon_{t,i}}, \quad (3.15)$$

čia $y_{c,i}$ – gniuždomosios zonos aukštis, esant i -ajai apkrovos pakopai; indeksas c pažymi gniuždomą, o t – tempiamą betoną.

Didėjant apkrovos pakopos numeriui, sluoksnių skaičius didėja, o jų storis mažėja. Gniuždomo ir tempiamo betono sluoksnių skaičius pakopai ($i = 1$) imama po vieną gniuždomo ir tempiamo betono sluoksnį, kurių kraštinių sluoksnių deformacijos lygios atitinkamai $\varepsilon_{c,1}$ ir $\varepsilon_{t,1}$ (3.4b paveikslas). iš pusiausvyros lygčių (3.9) ir (3.10) apskaičiuojami atitinkami įtempiai $\sigma_{c,1}$ ir $\sigma_{t,1}$. Antrajai apkrovos pakopai ($t = 1$) imama po du gniuždomo ir tempiamo betono sluoksnius. Pirmųjų sluoksnių ($j = 1$) deformacijos $\varepsilon_{c,1}$ ir $\varepsilon_{t,1}$ bei įtempiai $\sigma_{c,1}$ ir $\sigma_{t,1}$ yra žinomi. Antrųjų sluoksnių ($j = 2$) kraštinės deformacijos yra lygios $\varepsilon_{c,2}$ ir $\varepsilon_{t,2}$, o jas atitinkantys įtempiai $\sigma_{c,2}$ ir $\sigma_{t,2}$ nustatomi iš pusiausvyros lygčių.

Bendrasis atvejis i -ajai apkrovos pakopai parodytas 3.4d paveikslas. Įtempių $\sigma_{c,i}$ ir $\sigma_{t,i}$ nustatymui pusiausvyros lygtys (3.9) ir (3.10) nariai, F_{cc} , F_{ct} , M_{cc} ir M_{ct} suskaidomi į du komponentus:

$$F_{cc,i-1} + \Delta F_{cc,i} + F_{sc} + F_{ct,i-1} + F_{ct,i} + F_{st} = 0, \quad (3.16)$$

$$M_{cc,i-1} + \Delta M_{cc,i} + M_{sc} + M_{ct,i-1} + M_{ct,i} + M_{st} + M_0 = 0, \quad (3.17)$$

čia $F_{cc,i-1}$, $F_{ct,i-1}$, $M_{cc,i-1}$ ir $M_{ct,i-1}$ – įtempių, veikiančių betone, atstojamosios ir jų momentai, nustatyti atitinkamai betono zonai, neižvertinus kraštinio sluoksnio ($j = 1, 2, \dots, i-1$) $\Delta F_{ct,i}$, $\Delta F_{cc,i}$, $\Delta F_{cc,i}$, $\Delta M_{ct,i}$, $\Delta M_{cc,i}$ – tas pats, įvertinus tik kraštinius sluoksnius ($j = 1$).

I -ajai apkrovos pakopai $F_{cc,i-1}$, $F_{ct,i-1}$, $M_{cc,i-1}$ ir $M_{ct,i-1}$ gali būti nesunkiai nustatyti, nes tiek gniuždomo, tiek tempiamo betono įtempiai atitinkamiems sluoksniams ($j = 1, 2, \dots, i-1$) buvo apskaičiuoti ankstesnėse apkrovos pakopose. Likusieji keturi betono atstojamųjų ir jų momentų komponentai galo būti išreikšti per įtempių prieaugius $\Delta \sigma_{c,i}$ ir $\Delta \sigma_{t,i}$ kraštiniuose sluoksniuose (3.4d paveikslas):

$$\Delta F_{cc,i} = b t_{c,i} \left(\sigma_{c,i-1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{c,i} \right), \quad (3.18)$$

$$\Delta M_{cc,i} = b t_{c,i} \left[\sigma_{c,i-1} \left(y_{c,i} - \frac{1}{2} t_{c,i} \right) + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{c,i} \left(y_{c,i} - \frac{1}{3} t_{c,i} \right) \right], \quad (3.19)$$

$$\Delta F_{ct,i} = b t_{t,i} \left(\sigma_{t,i-1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{t,i} \right), \quad (3.20)$$

$$\Delta M_{ct,i} = bt_{t,i,i} \left[\sigma_{t,i-1} \left(t - y_{c,i} - \frac{1}{2} t_{t,i,i} \right) + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{t,i} \left(y_{c,i} - \frac{1}{3} t_{t,i,i} \right) \right]. \quad (3.21)$$

3.4 pav. Betono sluoksnių skaičius įvairioms apkrovos pakopoms bei atitinkamai įtempiams ir deformacijoms

Fig. 3.4. Stresses and strains and concrete layer assumption in a cross-section for different load stages

Įtempių prieaugiai $\Delta \sigma_{c,i}$ ir $\Delta \sigma_{t,i}$ nustatomi tiesiogiai iš pusiausvyros lygčių (3.16) ir (3.17). Tuomet betono įtempiams apskaičiuojami iš šių priklausomybių:

$$\sigma_{c,i} = \sigma_{c,i-1} + \Delta \sigma_{c,i}, \quad (3.22)$$

$$\sigma_{t,i} = \sigma_{t,i-1} + \Delta \sigma_{t,i}. \quad (3.23)$$

Metodas buvo patikrintas statiškai, taikant tokią testavimo procedūrą. Nagrinėjamas lenkiamas stačiakampio skerspjūvio elementas, kurio visi geometriniai duomenys bei armatūros, gniuždomo ir tempiamo betono medžiagų diagramos buvo žinomi. Visų pirma, taikant sluoksnių metodą, apskaičiuojamos momentų ir deformacijų diagramos. Vėliau, turint šias diagramas, pasiūlytuju metodu apskaičiuojamos tempiamo bei gniuždomo betono įtempių ir deformacijų diagramos. Testavimas laikomas pavykusiu, jei imtos ir apskaičiuotos medžiagų įtempių ir deformacijų diagramos sutampa. Atlikus testavimą, buvo gautas puikus šių kreivių sutapimas.

3.3. Skaitinis eksperimentas

Šiame poskyryje pateikiamas tempiamojo sustandėjimo modelio išvedimas lenkiamiesiems stačiakampio skerspjūvio gelžbetoniniams elementams. Pagal EC2 kreivių skaičiavimo metodiką generuojamas skaitinis eksperimentas ir atliekama parametrinė bei regresinė analizės. Remiantis skaitinio eksperimento gautais rezultatais, išvedama nauja tempiamojo sustandėjimo kreivė. Kaip ir tempiamiems elementams (2.3 poskyris) išvedimas atliekamas dviem žingsniais.

1 žingsnis. Pagal EC2 skaičiavimo metodiką generuojamas skaitinis eksperimentas, momentų ir kreivių diagramos (viso 450 elementų). Visų lenkiamųjų elementų aukštis buvo 400 mm, o plotis – 200 mm. Analizuojami elementai turėjo skirtingą armavimo koeficientą ($\rho = 0,2\text{--}2,0\%$), betono klasę (C20/25–C60/75), armatūros tamprumo modulį ($E_s = 170\text{--}210$ GPa) bei naudingojo skerspjūvio aukščio santykį su visu skerspjūvio aukščiu ($d/h = 0,75\text{--}0,975$).

Skaitiniame eksperimente generuotų momentų ir kreivių diagramų įvairių parametrų palyginimo pavyzdžiai pateikti 3.5–3.8 paveiksluose.

3.5 pav. Momentų-kreivių diagramos kintant armavimo koeficientui. Betono klasės: (a) C20/25 ir (b) C40/50

Fig. 3.5. Moment-curvature diagrams for ranging reinforcement ratio. Grades of concrete: (a) C20/25 ir (b) C40/50

3.5 paveiksle parodytos momentų ir kreivių diagramos, kai armatūros tamprumo modulius ($E_s = 210$ GPa) ir efektyvusis skerspjūvio aukštis ($d = 0,37$ m) pastovūs, bet kinta armavimo koeficientas. Kaip matyti, armavimo koeficientas turi didelę įtaką lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreiviams, bet beveik neturi įtakos pleišėjimo momentui.

3.6 pav. Momentų-kreivių diagramos kintant betono klasei. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

Fig. 3.6. Moment-curvature diagrams for ranging grade of concrete. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

3.6 paveiksle parodytos momentų ir kreivių diagramos, imant pastovų armatūros tamprumo modulį ($E_s = 210$ GPa) bei efektyvųjį skerspjūvio aukštį ($d = 0,37$ m). Iš gautų rezultatų matyti, kad betono klasė turi didelę įtaką lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms. Silpnai ir vidutiniškai armuotuose elementuose ($\rho \leq 1,0 \%$) betono klasei mažėjant nuo C60/75 iki C20/25 atitinkamai mažėja pleišėjimo momentas 41 %. Stipriai armuotuose elementuose ($\rho = 2,0 \%$) betono klasei kintant nuo C60/75 iki C20/25 pleišėjimo momentas mažėja 29 %.

3.7 pav. Momentų-kreivių diagramos kintant naudingam skerspjūvio aukščiui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

Fig. 3.7. Moment-curvature diagrams for ranging normalised effective depth. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

Atlikta analizė lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams kintant armavimo koeficientui, imant vienodą betono klasę (C20/25) bei pastovų armatūros tamprumo modulį ($E_s = 210$ GPa). Iš gautųjų momentų-kreivių diagramų (3.7 pav.), galima teigti, kad efektyvus skerspjūvio aukštis turi įtakos lenkiamų gelžbetoninių elementų kreiviams, bet neturi įtakos pleišėjimo apkrovai.

3.8 pav. Momentų-kreivių diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

Fig. 3.8. Moment-curvature diagrams for ranging elastic modulus of reinforcement. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0 \%$ ir (b) $\rho = 2,0 \%$

3.8 paveiksle parodytos momentų ir kreivių diagramos, imant vienodą betono klasę (C20/25) bei efektyvų skerspjūvio aukštį ($d = 0,37$ m). Kaip matyti, didėjant armatūros tamprumo moduliui lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai mažėja. Armatūros tamprumo modulis praktiškai neturi įtakos pleišėjimo momentui.

2 žingsnis. Taikant sluoksnių metodą, aprašytą 3.3 poskyryje, apskaičiuojama tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivė kiekvienai momentų-kreivių diagramai generuotai pirmajame žingsnyje. Atliekama parametrų turinčių įtakos tempiamajam sustandėjimui analizė. Vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, išreikštos santykiniais σ / f_{ct} ir $\varepsilon / \varepsilon_{cr}$ dydžiais pateiktos 3.9–3.11 paveiksluose.

3.9 pav. Skaitiškai nustatytos tempimo sustandėjimo diagramos kintant armavimo koeficientui. Betono klasės: (a) C20/25 ir (b) C60/75

Fig. 3.9. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying reinforcement ratio. Grades of concrete: (a) C20/25 and (b) C60/75

Kaip matyti iš 3.9 paveikslo, stipriai armuotų elementų ($\rho = 2,0\%$) tempiamasis sustandėjimas yra ženkliai mažesnis lyginant su mažai ir vidutiniškai armuotais elementais ($\rho \leq 1,0\%$). Čia buvo imtas vienodas armatūros tamprumo modulis ($E_s = 210$ GPa) bei efektyvusis skerspjūvio aukštis ($d = 0,37$ m).

3.10 pav. Skaitiškai nustatytos tempimo sustandėjimo diagramos kintant betono klasei. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 2,0\%$

Fig. 3.10. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying grade of concrete. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0\%$ ir (b) $\rho = 2,0\%$

3.10 paveiksle parodytos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, kintant betono klasei. Kaip matyti, šios diagramos išreikštos santykiniais įtempiais σ / f_{ct} praktiškai sutapo. Analizės metu nustaty-

ta, kad didėjant betono stipriui tempiant didėja tempimo įtempiai betone. Čia buvo imti pastovūs armatūros tamprumo modulis ($E_s = 210$ GPa) bei efektyvus skerspjūvio aukštis ($d = 0,37$ m).

3.11 pav. Skaitiškai nustatytos tempimo sustandėjimo diagramos kintant naudingam skerspjūvio aukščiui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0$ % ir (b) $\rho = 2,0$ %

Fig. 3.11. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying normalised effective depth. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0$ % ir (b) $\rho = 2,0$ %

3.11 paveiksle parodytos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, kintant efektyviajam skerspjūvio aukščiui. Nustatyta, kad efektyviojo skerspjūvio aukščio įtaka tempiamojo sustandėjimo diagramos formai nedidelė.

3.12 pav. Skaitiškai nustatytos tempimo sustandėjimo diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui. Armavimo koeficientai: (a) $\rho = 1,0$ % ir (b) $\rho = 2,0$ %

Fig. 3.12. Numerically derived tension stiffening diagrams for varying elastic modulus of reinforcement. Reinforcement ratio: (a) $\rho = 1,0$ % ir (b) $\rho = 2,0$ %

3.12 paveiksle parodytos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos esant skirtingiems armatūros tamprumo moduliams. Kaip matyti armatūros tamprumo modulio įtaka tempiamojo sustandėjimo diagramos formai nedidelė.

3.4. Tempiamojo sustandėjimo modelis

Atlikus regresinę analizę, nustatyta, kad didžiausią įtaką tempiamajam sustandėjimui turi armavimo koeficientas bei armatūros ir betono tamprumo moduliai. Pasiūlytame modelyje buvo priimtas vienas nepriklausomas kintamasis – armavimo koeficiento ir armatūros ir betono tamprumo modulių santykio sandauga (ρn). Tempiamajam sustandėjimui aprašyti, pasiūlyta tokia formulė:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{0,5}}, \quad (3.24)$$

čia A – koeficientas, kuris apskaičiuojamas pagal formulę:

$$A = 0,76 + 0,165 \rho n, \quad (3.25)$$

čia nustatytas ρn parametro koreliacijos koeficientas lygus 0,921, o pasiūlytojo modelio determinacijos koeficientas – $r^2 = 0,943$.

3.13a paveiksle punktyrine linija pavaizduotos tempiamojo sustandėjimo diagramos, gautos taikant pasiūlytą modelį (3.24). Kartu 3.13a paveiksle ištisine linija parodytos tempiamojo sustandėjimo kreivės gautos iš skaitinio eksperimento momentų-kreivių diagramų. Taikant pagal pasiūlytą modelį gautos tempiamojo sustandėjimo kreivės buvo apskaičiuotos momentų-kreivių diagramos, kurios parodytos punktyrine linija 3.13b paveikslas. Kartu 3.13b paveiksle ištisine linija atidėtos momentų-kreivių diagramos apskaičiuotos pagal EC2. Kaip matyti, gautas geras EC2 ir pasiūlyto modelio (3.24) skaičiavimo rezultatų sutapimas.

3.13 pav. (a) tempiamojo sustandėjimo kreivės; (b) apskaičiuotos momentų-kreivių diagramos

Fig. 3.13. (a) tension stiffening curves; (b) calculated moment-curvature diagrams

3.5. Nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas

Šiame poskyryje pateikiamas autoriaus pasiūlytas nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas. Kaip parodyta 3.14 paveiksle, momentų-kreivių diagrama sudalinama į dvi tiesines dalis. Tampriojo stadijoje kreiviai apskaičiuojami pagal žinomą formulę:

$$\kappa_{el} = \frac{M}{E_c I_{el}}, \quad (3.26)$$

čia I_{el} – nesupleišėjusiojo lenkiamojo gelžbetoninio elemento inercijos momentas; E_c – betono tamprumo modulis.

3.14 pav. Lenkiamo gelžbetoninio elemento momentų-kreivių diagrama

Fig. 3.14. Moment-curvature diagram for RC element in bending

Supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai nustatomi taip:

$$\kappa = \frac{M_{cr}}{E_c I_{el}} + \frac{M - M_{cr}}{E_c I_{el} \gamma}. \quad (3.27)$$

Koeficientas γ nustatomas, remiantis EC2 kreivių skaičiavimo metodu $0,6M_u$ apkrovos intensyvumo lygyje ir apskaičiuojamas taip:

$$\gamma = \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha} \text{ arba } \gamma = \frac{I_{ef}}{I_{el}}, \quad (3.28)$$

čia

$$tg\alpha = E_c I_{el}, \quad (3.29)$$

$$tg\alpha_1 = E_c I_{ef}. \quad (3.30)$$

Remiantis skaitinio eksperimento metu gautosiomis momentų-kreivių diagramomis, esant $0,6M_u$ apkrovos intensyvumo lygiui, buvo atlikta regresinė analizė koeficientui γ nustatyti:

$$\gamma = -0,033 - 0,354d/h - 0,092 \ln\left(\frac{\rho n}{d/h}\right) + 0,436d/h(\rho n)^{0,4}. \quad (3.31)$$

Apskaičiuoti elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus, ρ , kreiviai, atitinkantys $0,6M_u$ apkrovos intensyvumo lygį, taikant pasiūlytąjį bei EC2 metodus, pateikti 3.15 paveiksle. Gautieji rezultatai išreikšti santykiniais dydžiais $\kappa_{calc}/\kappa_{obs}$.

3.15 pav. $\kappa_{calc}/\kappa_{obs}$ kintant armavimo koeficientui

Fig. 3.15. $\kappa_{calc}/\kappa_{obs}$ for varying reinforcement ratio

Kaip matyti iš pateiktojo 3.15 paveikslo, pasiūlytas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas (3.31) gerai atitinka EC2 metodo skaičiavimo rezultatus.

3.6. Trečiojo skyriaus rezultatai ir išvados

1. Atlikta tempiamojo sustandėjimo modelio lenkiamiesiems elementams parametrinė analizė. Nustatyta, kad šis efektas priklauso nuo tempiamojo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
2. Pasiūlytasis lenkiamųjų elementų tempiamojo sustandėjimo modelis gerai atitinka Euronormų nuostatas, nustatytos iki 1 % kreivių skaičiavimo paklaidos.
3. Nustatyta, kad tempiamojo sustandėjimo diagramos gautos iš tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų yra skirtingos. Tempiamojo sustandėjimo efektas yra didesnis tempiamuose elementuose lyginant su lenkiamaisiais.

Skaitiniai ir palyginamieji skaičiavimai taikant pasiūlytuosius medžiagų modelius

Šiame skyriuje statistiškai nagrinėjamas pasiūlytųjų betono tempiamojo sustandėjimo diagramų, gautų iš tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, tikslumas. Skyrių sudaro dvi dalys. Pirmojoje dalyje atlikta tempiamiesiems elementams gautos tempiamojo sustandėjimo diagramos adekvatumas, analizės rezultatus palyginant su literatūroje paskelbtų eksperimentinių tyrimų rezultatais. Palyginime panaudoti 7 autorių grupių tyrimo duomenys bei 4 skaičiavimo metodikos. Antrojoje skyriaus dalyje atlikta lenkiamųjų gelžbetoninių elementų metodų tikslumo analizė. Be pasiūlytojo modelio buvo analizuoti normų metodai ir kiti tempiamojo sustandėjimo modeliai (viso 6 modeliai). Tuo tikslu panaudoti Gribniak (2009) surinkti 6 autorių grupių eksperimentiniai duomenys.

4.1. Tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių ir teorinių deformacijų palyginimas

Poskyryje pateikiami kitų autorių gauti centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentų duomenys ir palyginami su skaičiavimo rezultatais pagal įvairius metodus ir modelius.

4.1.1. Eksperimentiniai duomenys

Darbe panaudoti 7 tyrimo grupių išbandytų trumpalaikę apkrovą eksperimentiniai duomenys (viso 35 gelžbetoniniai elementai). Visi tempiamieji gelžbetoniniai elementai buvo kvadratinio arba stačiakampio skerspjūvio, bet turėjo skirtingą ilgį l bei atstumą l_0 , kuriame buvo išmatuotos deformacijos. Pagrindinės eksperimentinių bandinių charakteristikos pateiktos 4.1 lentelėje, o skaičiuojamoji schema 4.1 paveiksle.

4.1 pav. Centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento skaičiuojamoji schema

Fig. 4.1. Uniaxial tension RC element calculation scheme

Fields ir Bishoff (2004), Bischoff ir MacLaggan (2006), Gilbert ir Wu (2008), Al-Fayadh (1997), Fischer ir Li (2002), Ouyang *et al.* (1997) išbandyti tempiamieji gelžbetoniniai elementai buvo vidutiniškai ($\rho \leq 1,5\%$) arba stipriai ($\rho > 1,5\%$) armuoti. Abrisami ir Mitchel (1996) eksperimentiniai bandiniai buvo vidutiniškai armuoti. Gelžbetoniniai elementai buvo armuoti vienu arba keliais armatūros strypais, jų skaičius n bei armatūros skersmuo ϕ_s pateikti 4.1 lentelėje. Eksperimentiniai bandiniai betonuoti iš vidutinio stiprio bei stipraus betono $f_{cm} = 34,9\text{--}132,55$ MPa ir kietėjo įvairiomis sąlygomis. Kai kurie elementai buvo laikomi drėgnoje aplinkoje, todėl juose nepasireiškė betono traukiamasis. 4.1 lentelėje pateikta elementų laisvojo betono traukimosi deformacija ε_{sh0} .

4.1 lentelė. Pagrindinės eksperimentinių tempiamųjų gelžbetoninių elementų charakteristikos

Table 4.1. Main characteristics of experimental uniaxial tension RC elements

Nr	Autorius	Bandinio pavadinimas	L_0 mm	$b \times h$ mm	$n \times \phi_s$ mm	ρ_s %	f_{ts} GPa	E_s GPa	f_{cm} MPa	f_{tEC2} MPa	E_{cs} GPa	$\epsilon_{sh0} \times 10^6$
1.	K. Fields ir P. H. Bishoff (2004)	NS-20M- S250	1800	250x250	40x19,5	2,0	458	198	54,9	3,90	36,7 ¹	-231
2.		NS-15M- S250	1800	250x250	40x16	1,3	401	190	41,2	3,10	33,6 ¹	-213
3.		HS-15M- S250	1800	250x250	40x16	1,3	401	190	81,0	4,69	41,2 ¹	-201
4.	P. H. Bischoff ir D. A. MacLaggan (2006)	HS-20M- S250	1800	250x250	40x19,5	2,0	450	200	81,0	4,69	41,2 ¹	-167
5.		P4B	900	100,5x100,5	10x4 ²	1,3	447	203,2	41,5	3,11	35,5 ¹	-500,5
6.		P5B	900	100,5x100,5	10x6 ²	2,00	447	207,3	41,5	3,11	35,5 ¹	-500,5
7.	R. I. Gilbert ir H. Q. Wu (2008)	P6B	900	100,5x100,5	10x6 ²	2,9	447	207,3	41,5	3,11	35,5 ¹	-500,5
8.		15MB	900	100,5x100,5	10x5 ²	2,0	447	189,1	41,5	3,11	35,5 ¹	-500,5
9.		STN 12	600	100x100	10x12	1,11	500	200	21,56 ¹	2,32	22,4	-28
10.	Samer Al- Fayadh (1997)	STS 12	600	100x100	10x12	1,11	500	200	24,73 ¹	2,55	21,6	-249
11.		STS 16	600	100x100	10x16	2,04	500	200	21,56 ¹	2,32	22,4	-28
12.		STS 16	600	100x100	10x16	2,04	500	200	24,73 ¹	2,55	21,6	-185
13.	Gregor Fischer ir Victor C. Li (2002)	1 NSC	720	60x60	10x12	2,62	560	209,5	42,25 ¹	3,64	23	-355,0 ¹
14.		2 NSC	950	48x48	10x16	5,45	534,3	200,96	43,69 ¹	3,72	23	-385,7 ¹
15.		3 NSC	960	80x80	10x16	1,96	534,3	200,96	41,7 ¹	3,61	23	-274,8 ¹
16.	Abrisami ir Michel (1996)	4 NSC	960	80x80	10x16	1,96	534,3	200,96	41,5 ¹	3,60	23	-297,4 ¹
17.		5 NSC	960	112x112	10x16	1,0	534,3	200,96	43,69 ¹	3,72	23	-235,6 ¹
18.		1 HSC	720	60x60	10x12	2,62	560	209,5	130,13 ¹	5,71	39	-166,9 ¹
19.	Ouyang, C., E. Wollrab, S. M. Kulkarni, ir S. P. Shah (1997)	2 HSC	960	48x48	10x16	5,45	534,3	200,96	132,55 ¹	5,75	39	-190,4 ¹
20.		3 HSC	960	80x80	10x16	1,96	534,3	200,96	128,43 ¹	5,69	39	-132,9 ¹
21.		4 HSC	960	80x80	10x16	1,96	534,3	200,96	128,43 ¹	5,69	39	-132,9 ¹
22.	Abrisami ir Michel (1996)	5 HSC	960	112x112	10x16	1,0	534,3	200,96	130,13 ¹	5,71	39	-112,8 ¹
23.		A	500	175x175	10x18	1,5	420	200	50 ¹	3,63	37,3	-136,1 ¹
24.		B	500	120x120	10x25	1,8	420	200	50 ¹	3,63	37,3	-189,6 ¹
25.	Ouyang, C., E. Wollrab, S. M. Kulkarni, ir S. P. Shah (1997)	UC- 10	1500	90x90	10x11,3	1,2	420	200	34,9	2,69	27,8	-300
26.		UC- 15	1500	90x170	10x16	1,3	480	200	34,9	2,69	27,8	-300
27.		UC- 20	1500	100x245	10x19,5	1,2	440	200	34,9	2,69	27,8	-300
28.	Ouyang, C., E. Wollrab, S. M. Kulkarni, ir S. P. Shah (1997)	HUC- 10	1500	90x90	10x11,3	1,2	420	200	90	4,88	44,6	-300
29.		HUC- 15	1500	90x170	10x16	1,3	490	200	90	4,88	44,6	-300
30.		HSC 3X9,5	635	50,8x127	30x9,5	3,3	508	191,5	44	3,27	27,3	0
31.	Ouyang, C., E. Wollrab, S. M. Kulkarni, ir S. P. Shah (1997)	NSC 7X6	635	50,8x127	70x6	3,0	506	223,5	44	3,27	27,3	0
32.		HSC 3X9,5	686	50,8x127	30x9,5	3,3	508	191,5	99,1	4,88	36,6	0
33.		HSC 5X7	686	50,8x127	50x7	2,94	479	194,3	99,1	4,88	36,6	0
34.	Ouyang, C., E. Wollrab, S. M. Kulkarni, ir S. P. Shah (1997)	HSC 7X6	686	50,8x127	70x6	3,0	506	223,5	99,1	4,88	36,6	0
35.		HSC 5X6	686	50,8x127	50x6	2,17	506	223,5	99,1	4,88	36,6	0

¹ – betono f_{cm} apskaičiuotas pagal eksperimentiškai nustatytą betono kubelinį (f_{cs}) stiprį; ² – lygūs armatūros strypai; ³ – eksperimentiškai nustatytas betono kubelinis f_{cm} stipris; ⁴ – betono tamprumo modulis E_c apskaičiuotas pagal EC2 skaičiavimo metodiką, kai santykinis oro drėgnis $RH=70\%$.

4.2 paveiksle pateikti Gilbert ir Wu (2008) keturių tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinės apkrovos ir deformacijų diagramos. 4.2a paveiksle parodyti STN12 ir STS12 bandinių (4.1 lentelė, Nr. 9 ir 10) eksperimentiniai rezultatai. Bandinys 9 buvo laikytas drėgnoje aplinkoje ($RH=100\%$), todėl jame nepasireiškė betono traukimas. Dėl betono traukimosi elementas STS12 pradėjo anksčiau pleišėti, todėl turėjo didesnes deformacijas. Analogiški rezultatai gauti bandiniams STN16 ir STS16 (Nr. 11 ir 12). Kitų statistinėje analizėje panaudotų elementų eksperimentinės apkrovos ir deformacijos diagramos pateiktos priede A.

4.2 pav. Centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentų apkrovos-deformacijų diagramos

Fig. 4.2. Uniaxial tension RC elements experimental stress-strain diagrams

4.1.2. Tempimojo betono įtempių ir deformacijų diagramų gavimas iš eksperimentinių duomenų

Taikant eksperimentines tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos ir deformacijų kreives, pateiktas 4.1.1 skirsnyje ir priede A, bei formules, aprašytas 2.2 poskyryje, gautos betono tempimojo sustandėjimo diagramos. 4.2a paveiksle parodytos apskaičiuotos STN12 ir STS12 bandinių (4.1 lentelė, Nr. 9 ir 10) tempimo sustandėjimo diagramos. Jos pavaizduotos taikant santykinius σ / f_{ct} ir $\varepsilon / \varepsilon_{cr}$ dydžius. Kaip minėta, bandiniai 9 ir 11 buvo laikyti drėgnoje aplinkoje ($RH = 100\%$), todėl juose nepasireiškė betono traukimas. Kita vertus, elementuose STS12 ir STS16 dėl traukimosi betone atsirado tempimo įtempiai, todėl jie pradėjo anksčiau pleišėti. 4.2b paveiksle pateiktos apskaičiuotos vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos bandiniams STN16 ir STS16 (Nr. 11 ir 12). Kitiems elementams gautos diagramos pateiktos priede A.

4.3 pav. Eksperimentinių centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų tempiamojo betono vidutinių įtempčių ir vidutinių deformacijų diagramos

Fig. 4.3. Experimental uniaxial tension RC members computed tension-stiffening relationship for concrete in tension

Kaip matyti iš 4.3 paveikslo, betono traukiamasis gali turėti nemažą įtaką tempiamojo sustandėjimo diagramų formai. Betono traukiamasis sukelia papildomų įtempčių armatūroje (gniuždymo) ir betone (tempimo). Dėl šios priežasties gali ženkliai sumažėti tempiamojo gelžbetoninio elemento atsparumas pleišėjimui bei padidėti tokio elemento deformacijos.

Betono traukimosi įtaką trumpalaikė apkrova apkrautų gelžbetoninių elementų deformacijoms tyrinėjo Bischoff (1983), Foster *et al.* (1996), Gilbert (1999, 2001), Kaklauskas ir Gribniak (2005), Gribniak ir kt. (2008), Kaklauskas *et al.* (2009), Sato *et al.* (2007), Bischoff ir Johnson (2007). Centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento betono traukimosi deformacija apskaičiuojama taip:

$$\varepsilon_{c,sh}(t, \tau) = \frac{P + N_{sh}(t, \tau)}{E_{c,eff}(t, \tau)A_c + E_s A_s} = \frac{P + \varepsilon_{sh}(t, \tau)E_{c,eff}(t, \tau)A_c}{E_{c,eff}(t, \tau)A_c + E_s A_s}, \quad (4.1)$$

čia P – išorinė apkrova; A_c ir A_s – atitinkamai gelžbetoninio elemento betono bei armatūros skerspjūvio plotai; ε_{sh} – betono traukimosi deformacija; E_s – armatūros tamprumo modulis; $E_{c,eff}$ – efektyvusis betono tamprumo modulis.

Efektyvusis betono tamprumo modulis nustatomas taip:

$$E_{c,eff}(t, \tau) = \frac{E_c(\tau)}{1 + \varphi(t, \tau)}, \quad (4.2)$$

čia E_c – betono tamprumo modulis; φ – valkšnumo koeficientas.

Dėl traukimosi atsiradę įtempiai betone nustatomi pagal formulę:

$$\sigma_{c,sh}(t, \tau) = - \frac{\varepsilon_{sh}(t, \tau) E_s \rho}{1 + E_s \rho / E_{c,eff}(t, \tau)}, \quad (4.3)$$

čia $\alpha = A_s / A_c$ – armavimo koeficientas.

Iš apkrovos ir deformacijų diagramų gautos tempimo sustandėjimo kreivės perskaičiuojamos, taikant (4.1) ir (4.3). Elementams STS12 ir STS16 perskaičiuotos tempiamojo sustandėjimo kreivės parodytos 4.4 paveiksle kartu su nesi-traukusių elementų STN12 ir STN16 kreivėmis. Kaip matyti, eliminavus susitraukimą, susitraukusiems ir nesusitraukusiems elementams gautosios diagramos praktiškai sutapo.

4.4 pav. Tempimo sustandėjimo diagramos, eliminavus betono susitraukimą
Fig. 4.4. Tension-stiffening diagrams taking into consideration shrinkage effect

4.1.3. Gautosios ir kitų autorių pasiūlytų tempiamojo betono įtempių ir deformacijų diagramų palyginimas

Šiame skirsnyje atlikta dviejų dalių statistinė lyginamoji analizė. Pirmojoje dalyje eksperimentinės apkrovos ir deformacijų diagramos, aprašytos 4.1.1 skirsnyje, palygintos su skaičiavimo rezultatais pagal pasiūlytąjį modelį. Reikia pažymėti, kad ši analizė buvo atlikta dvejopai: 1) nevertinant betono traukimosi ir 2) jį eliminavus. Antrojoje lyginamosios statistikos dalyje eksperimentiniai duomenys palyginti su skaičiavimo rezultatais gautais iš kitų fizinių modelių bei normų metodų:

1. CEB-FIP (1990) (2.5);
2. Hsu (1993) (1.12);
3. Collins ir Mitchell (1991) (1.14);
4. Fields ir Bischoff (2004) (1.20).

Eksperimentinių duomenų masvyvo deformacijų taškai pagal apkrovos intensyvumą P' suskirstyti į dešimt santykinės apkrovos intervalų, kurie nustatomi taip:

$$P' = (P - P_{cr}) / (P_u - P_{cr}), \quad P' = \{0, 1, 0, 2, \dots, 0, 9, 1\}, \quad (4.4)$$

čia P_u – tempiamojo gelžbetoninio elemento laikomoji galia, imant armatūros takumo ribą $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$; P_{cr} – pleišėjimo apkrova, apskaičiuota pagal EC2.

Deformacijų skaičiavimo tikslumas buvo įvertintas santykinėmis paklaidomis $\Delta_{i,k}$:

$$\Delta_{i,k} = x_{calc} / x_{obs}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10, \quad k = 35, \quad (4.5)$$

čia x_{calc} ir x_{obs} atitinkamai – apskaičiuotos bei eksperimentiškai nustatytos tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos; i -osios apkrovos P' lygis; k – eksperimentinių duomenų skaičius.

Vertinant skaičiavimo metodų tikslumą buvo nustatyti santykinės paklaidos $\Delta_{i,k}$ vidurkis m_Δ bei vidutinis kvadratinis nuokrypis s_Δ^2 :

$$m_\Delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i, \quad (4.6)$$

$$s_\Delta^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i - m_\Delta)^2. \quad (4.7)$$

Deformacijų skaičiavimo adekvatumas (skaičiavimo rezultatų atitikimas eksperimentų duomenims) buvo įvertintas, taikant pasikliautinųjų intervalų metodą: jeigu vienetas patenka į atitinkamą pasikliautinąjį intervalą, skaičiavimo metodas laikomas adekvačiu. Pasikliautinis intervalas $1 - \alpha$ tikimybei apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\mu_\Delta \in \left[m_\Delta - t_{1-\alpha/2}(n-1) \times \frac{s_\Delta}{\sqrt{n}}; \quad m_\Delta + t_{1-\alpha/2}(n-1) \times \frac{s_\Delta}{\sqrt{n}} \right], \quad (4.8)$$

čia $t(n-1)$ yra t – *Studento* skirstinys, turintis $(n-1)$ laisvės laipsnių ir reikšmingumo lygmeniu $\alpha/2$; $1 - \alpha$ – patikimumo koeficientas.

Pirma, tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentai palyginti su skaičiavimo rezultatais pagal pasiūlytąjį modelį, neįvertinus betono traukimosi ε_{sh} . Antra, buvo eliminuotas betono traukimas, perskaičiuojant eksperimentinių duomenų apkrovos ir deformacijos diagramas pagal skirsnyje 4.1.2 pateiktą metodiką. Perskaičiuotos eksperimentinės apkrovos ir deformacijų diagramos statistiškai palygintos su modeliavimo rezultatais, kurie pateikti 4.5 ir 4.6 paveikluose bei priede B.1 lentelėje.

Analizė parodė, kad skaičiavimo tikslumas priklauso nuo armavimo koeficiento. Todėl eksperimentiniai duomenys buvo sudalinti į dvi grupes:

$$\rho \leq 1,5 \% \text{ ir } \rho > 1,5 \%. \quad (4.9)$$

Fig. 4.5. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho \leq 1,5 \%$)

Fig. 4.6. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho > 1,5 \%$)

4.5 ir 4.6 paveiksluose pavaizduoti tikimybiniai intervalai charakterizuoja santykinės paklaidos variaciją (4.8), kurios kitimas priklauso nuo armavimo koeficiento ρ , apkrovos intensyvumo P' bei betono traukimosi ε_{sh} .

Apskaičiuotos tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos, taikant originaliąją EC2 metodiką, buvo žymiai mažesnės už eksperimentines. Nevertinant betono traukimosi, mažiau armuotiems elementams ($\rho \leq 1,5 \%$) apkrovos lygiuose, artimuose pleišėjimo ribai, apskaičiuotos deformacijos vidutiniškai tesiekė 39,6 % eksperimentinės reikšmės. Visuose apkrovos intervaluose santykinės paklaidos vidurkis kito nuo 0,40 iki 0,57. Stipriau armuotiesiems elementams gautos kiek mažesnės paklaidos: 0,58–0,80. Kai betono traukimas buvo eliminuotas, skaičiavimas geriau atitiko eksperimento rezultatus. Mažiau armuotiems ($\rho \leq 1,5 \%$) ir stipriau armuotiems ($\rho > 1,5 \%$) elementams santykinės paklaidos vidurkis kito ribose: atitinkamai 0,70–0,79 ir 0,86–0,99.

Antroje lyginamosios statistikos dalyje eksperimentiniai duomenys palyginti su skaičiavimo rezultatais, taikant kitus normų metodus ir fizinius modelius. 4.7 ir 4.8 paveiksluose bei priede B.2 lentelėje pateikti lyginamosios statistikos rezultatai atskirai skirtingiems armavimo koeficiento intervalams. Mažiau armuotiems elementams santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito

ribose: 0,64–0,70 (*CEB-FIP*), 0,74–1,12 (*Hsu*), 0,64–0,85 (*Collins ir Mitchell*), 0,83–0,92 (*Fields ir Bischoff*).

4.7 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($\rho \leq 1,5 \%$)

Fig. 4.7. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho \leq 1,5 \%$)

4.8 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($\rho > 1,5 \%$)

Fig. 4.8. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho > 1,5 \%$)

4.8 paveiksle parodytiems daugiau armuotiems elementams ($\rho > 1,5 \%$) gauti tokie rezultatai 0,77–0,85 (*CEB-FIP*), 0,85–1,08 (*Hsu*), 0,76–0,91 (*Collins ir Mitchell*), 0,85–0,94 (*Fields ir Bischoff*). Pastebėtina, kad skaičiavimo rezulta-

tų tikslumui turi armavimo koeficientas ir apkrovos intensyvumas. Analizė parodė, kad visais metodais apskaičiuotos deformacijos yra mažesnės už eksperimentines. Mažiausios paklaidos gautos, taikant Fields ir Bischoff (2004) bei Hsu (1993) modelius. Visais nagrinėtais statistinės analizės atvejais gauti didžiausi variacijos koeficientai buvo $0,1 - 0,2P'$ apkrovimo lygiuose.

4.2. Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių ir teorinių deformacijų palyginimas

Poskyryje atlikta lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įlinkių skaičiavimo metodų tikslumo analizė. Pateikiami įvairių autorių gauti eksperimentiniai duomenys, kurie buvo palyginti su normų metodų bei fizinių modelių skaičiavimo rezultatais.

4.2.1 Sluoksnių modelis

Šiame darbe lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavime tempiamasis sustandėjimas buvo įvertintas taikant sluoksnių metodą, kuris yra pagrįstas medžiagų atsparumo formulėmis bei pilnomis medžiagų diagramomis. 4.9 paveiksle parodytas stačiakampio gelžbetoninio elemento skerspjūvis apkrautas išoriniu lenkimo momentu. Skerspjūvis sudalinamas į horizontalius armatūros bei betono sluoksnius Kaklauskas (2001). Armatūros strypai pakeičiami ekvivalentinio skerspjūvio armatūros sluoksniu.

4.9 pav. Lenkiamo gelžbetoninio elemento skerspjūvis bei deformacijų diagrama

Fig. 4.9. RC section in bending and deformation diagram

Iteracinį lenkiamųjų gelžbetoninių elementų skaičiavimą galima suskirstyti į keletą žingsnių:

1. Pirmoje skaičiavimo iteracijoje visiems lenkiamo elemento sluoksniams imamos tampriosios medžiagų savybės.
2. Apskaičiuojamos redukuoto skerspjūvio charakteristikos:

redukuoto skerspjūvio plotas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$A_e = \sum_{i=1}^n b_i t_i \frac{E_i}{E_e}, \quad (4.10)$$

statinis momentas x_1 ašies atžvilgiu įvertinamas taip:

$$S_e = \sum_{i=1}^n b_i t_i y_i \frac{E_i}{E_e}, \quad (4.11)$$

redukuoto skerspjūvio svorio centro atstumas nuo x_1 ašies:

$$y_c = \frac{S_{x1,tr}}{A_{tr}}, \quad (4.12)$$

redukuoto skerspjūvio inercijos momentas x ašies atžvilgiu:

$$I_{x,tr} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{b_i t_i^3}{12} + b_i t_i y_i^2 \right) \frac{E_i}{E_e}, \quad (4.13)$$

čia b_i ir t_i – atitinkamai i -ojo sluoksnio plotis ir storis ($i=1, 2, \dots, n$); y_i yra i -ojo sluoksnio koordinatė redukuoto skerspjūvio svorio centro (x ašies) atžvilgiu.

3. Skaičiuojamas kreivis:

$$\kappa = \frac{M}{E_e I_{x,tr}}. \quad (4.14)$$

4. Kiekviename i -ajame sluoksnyje apskaičiuojama deformacija:

$$\varepsilon_i = \kappa y_i. \quad (4.15)$$

5. Gautai i -ojo sluoksnio deformacijai, taikant atitinkamą medžiagos diagramą, apskaičiuojami įtempiai bei kirstinis deformacijų modulis $\overline{E}_i = \sigma_i / \varepsilon_i$.

6. Kiekvienam sluoksniui gauta kirstinio deformacijų modulio reikšmė $\overline{E}_i$ palyginama su ankstesnėje iteracijoje imta arba apskaičiuota reikšme. Jei šios reikšmės nėra lygios užduotos paklaidos (šiam darbe $\Delta=0,001$ %) ribose, tai nuo 2-ojo žingsnio pradedama nauja iteracija.

7. Konvergavus visų sluoksnių kirstinių deformatyvumo modulių $\overline{E}_i$ reikšmės, apskaičiuojamas Moro integralas įlinkiams nustatyti.

4.2.2. Eksperimentinių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų analizė

Darbe panaudoti Gribniak (2009) surinkti 6 autorių eksperimentiniai duomenys (viso 40 gelžbetoninių sijų). Visos sijos buvo stačiakampio skerspjūvio. Clark ir Speirs (1978), Ashour (2000) ir Nejadi (2005) išbandytus elementus galima charakterizuoti kaip vidutiniškai ir stipriai armuotus, tuo tarpu dauguma Figarovskij (1962), Gushcha (1968) ir Kaklauskas *et al.* (2005) sijų buvo silpnai armuotos. Pagrindinės eksperimentinių duomenų geometrinės bei medžiagų charakteristikos pateiktos 4.2 lentelėje. Kaip matyti, sijų armavimo koeficientas ir betono stipris kito plačiose ribose.

4.2 Lentelė Pagrindinės sijų charakteristikos

Table 4.2. Main characteristics of the beams

Autorius	Bandinių skaičius	L_0 , m	Aukštis, mm	Plotis, mm	ρ , %	f_{cm} , MPa
<i>Clark & Speirs</i> (1978)	14	3,20	200–500	200	0,44–1,98	23,0–39,6
<i>Kaklauskas ir kt.</i> (2005)	7	3,00	300	280	0,30	40,7–54,6
<i>Gushcha</i> 1967)	4	3,60	300	150	0,30–0,80	30,9–42,0
<i>Figarovskij</i> (1962)	7	3,00	250	180	0,40–0,90	29,4–37,1
<i>Ashour</i> (2000)	6	3,08	250	200	1,20–2,40	60,8–98,1
<i>Nejadi</i> (2005)	2	3,50	333–348	250	0,50	45,0
Viso:	40	3,00–3,60	200–500	150–280	0,30–2,40	23,0–98,1

4.2.3. Gautųjų ir kitų autorių pasiūlytų tempiamojo betono įtempimų ir deformacijų diagramų palyginimas

Šiame skirsnyje atlikta lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įlinkių skaičiavimo metodų tikslumo analizė. Be pasiūlytųjų modelių buvo analizuojami šie normų metodai bei tempimo sustandėjimo modeliai:

- 1) EC2 (CEN 2004) (3.1 poskyris);
- 2) SP 53-101 (1.2.3 poskyris);
- 3) CEB-FIP (1990) (2.5 poskyris);
- 4) STR 2.05.05:2005 (1.2.2 poskyris);
- 5) Collins ir Mitchell (1991) (1.21);
- 6) Fields ir Bischoff (2004) (1.28);

- 7) Hsu (1993) (1.18);
- 8) pasiūlytasis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų tempimo sustandėjimo modelis (3.4 poskyris);
- 9) pasiūlytasis supaprastintas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas (3.5 poskyris).

Sijų įlinkiai buvo apskaičiuoti dešimtyje apkrovos lygių, t. y. $M' = \{0, 1, 0, 2, \dots, 0, 9, 1\}$, čia M' apskaičiuojama pagal tokią formulę:

$$M' = (M - M_{cr}) / (M_u - M_{cr}), \quad (4.16)$$

čia M_u – lenkiamojo gelžbetoninio elemento laikomoji galia, kai armatūros takumo riba $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$; M_{cr} – pleišėjimo momentas apskaičiuotas pagal EC2.

4.10 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautinieji intervalai ($\rho < 0,5 \%$)

Fig. 4.10. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho < 0,5 \%$)

Deformacijų skaičiavimo tikslumas buvo įvertintas santykinėmis paklaidomis $\Delta_{i,k}$:

$$\Delta_{i,k} = x_{calc} / x_{obs}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10, \quad k = 40, \quad (4.17)$$

čia x_{calc} ir x_{obs} atitinkamai – apskaičiuotos bei eksperimentiškai nustatytos tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos; i -osios apkrovos M' lygis; k – eksperimentinių sijų skaičius.

Vertinant skaičiavimo metodų tikslumą pagal (4.6) ir (4.7), buvo nustatyti santykinės paklaidos $\Delta_{i,k}$ vidurkis m_{Δ} bei vidutinis kvadratinis nuokrypis s_{Δ}^2 . Įlinkių skaičiavimo atitikimas eksperimentiniams duomenims įvertintas taikant paskliautiniųjų intervalų metodą (4.8).

4.11 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($0,5 \leq \rho \leq 1,0$ %)

Fig. 4.11. Relative error 95 % confidence intervals ($0,5 \leq \rho \leq 1,0$ %)

Analizė parodė, kad deformacijų skaičiavimo tikslumas priklauso nuo tempiamos zonos armavimo koeficiento. Todėl buvo sudaryti trys analizės intervalai:

$$\rho < 0,5\%, \quad 0,5\% \leq \rho \leq 1,0\% \quad \text{ir} \quad \rho > 1,0\% . \quad (4.18)$$

Pastebėta, kad didžiausią įtaką visų metodų tikslumui turi tempiamosios zonos armavimo procentas bei apkrovimo intensyvumas. 4.10–4.12 paveiksluose bei priede B.3 lentelėje pateikti lyginamosios statistikos rezultatai skirtingiems armavimo koeficiento intervalams. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ($\rho < 0,5\%$) intervale. Santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,97–1,74 (*EC2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,94–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*), 0,81–1,33 (*Collins ir Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields ir Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*), 0,96–1,75 (*a* – pasiūlytasis tempiamojo sustandėjimo modelis lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams), 1,05–1,69 (*b* – pasiūlytasis supaprastintas kreivių skaičiavimo metodas).

4.12 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($\rho > 1,0\%$)

Fig. 4.12. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho > 1,0\%$)

Pastebėta, kad didžiausią įtaką visų metodų tikslumui turi tempiamosios zonos armavimo procentas bei apkrovimo intensyvumas. 4.10–4.12 paveiksluose bei priede B.3 lentelėje pateikti lyginamosios statistikos rezultatai skirtingiems

armavimo koeficiento intervalams. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ($\rho < 0,5$ %) intervale. Santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,97–1,74 (*EC2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,94–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*), 0,81–1,33 (*Collins ir Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields ir Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*), 0,96–1,75 (*a* – pasiūlytasis tempiamojo sustandėjimo modelis lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams), 1,05–1,69 (*b* – pasiūlytasis supaprastintas kreivių skaičiavimo metodas). Tuo tarpu vidutiniškai ir stipriai armuotiems lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams ($\rho > 1,0$ %) santykinės paklaidos vidurkis buvo: 0,88–1,05 (*EC2*), 0,86–1,07 (*SP52-101*), 0,97–1,03 (*STR 2.05.05:2005*), 0,83–0,87 (*CEB-FIP*), 0,86–0,90 (*Collins ir Mitchell*), 0,91–1,03 (*Fields ir Bischoff*), 0,89–0,90 (*Hsu*), 0,91–1,08 (*a* – pasiūlytasis tempiamojo sustandėjimo modelis lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams), 0,91–0,94 (*b* – pasiūlytasis supaprastintas kreivių skaičiavimo metodas).

4.2.4. Tempiamojo sustandėjimo diagramos, gautos iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų, taikymas lenkiamuose elementuose.

Dažniausiai tyrinėtojai lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įlinkiams skaičiuoti taikė supleišėjusiojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramas gautas iš tempiamųjų elementų [Careira ir Chu (1986), Bhide (1986), Hsu (1993), Bischoff (1983), Fields ir Bischoff (2004)]. Šiame skirsnyje buvo palyginti įlinkių skaičiavimo rezultatai su eksperimentiniais duomenimis aprašytais 4.2.2 skirsnyje, taikant skirtingas tempiamojo sustandėjimo diagramas, gautas iš lenkiamųjų bei tempiamųjų elementų. Palyginimas atliktas dviem skaičiavimo atvejais. Pirmuoju atveju iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų gautos tempiamojo sustandėjimo diagramos, įvertintos visame lenkiamojo gelžbetoninio elemento skerspjūvio tempiamosios zonos plote. Antruoju atveju tempiamojo sustandėjimo diagrama buvo taikoma tik efektyviosios zonos plote, kuris nustatomas pagal EC2 (2004) metodiką.

Pirmasis skaičiavimo atvejis. 4.12a paveiksle punktyrine linija pavaizduotos tempiamojo sustandėjimo diagramos, gautos iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų (2.14) dviem armavimo koeficientų atvejais: $\rho = 1,0$ % ir $\rho = 2,0$ %. Kartu 4.13a paveiksle ištisine linija parodytos tempiamojo sustandėjimo diagramos gautos iš lenkiamųjų elementų. Taikant pateiktąsias tempiamojo sustandėjimo kreives (4.13a pav.), buvo apskaičiuotos momentų-kreivių diagramos (4.13b pav.).

4.13 pav. (a) tempimo sustandėjimo kreivės; (b) apskaičiuotos $M-\kappa$ diagramos

Fig. 4.13. (a) tension stiffening curves; (b) calculated $M-\kappa$ diagrams

Kaip matyti iš 4.13b paveikslo, apskaičiuotieji lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreiviai, taikant EC2 metodiką, buvo žymiai didesni nei taikant tempiamojo sustandėjimo diagramas, apskaičiuotas iš tempiamųjų elementų. Todėl galima padaryti išvadą, kad pastarosios diagramos negalima taikyti visoje lenkiamųjų elementų tempimo zonoje.

Antruoju skaičiavimo atveju tempiamojo sustandėjimo diagrama, gauta iš tempiamųjų elementų, įvertinta tik efektyviajame skerspjūvio plote. Pagal EC2 (2004) skaičiavimo metodiką lenkiamojo gelžbetoninio elemento efektyviosios zonos aukštis $h_{c,ef}$ nustatomas taikant vieną iš trijų sąlygų:

$$h_{c,ef} < 2,5(h-d), \quad h_{c,ef} < (h-d)/3, \quad h_{c,ef} < h/2, \quad (4.19)$$

čia h – lenkiamojo gelžbetoninio elemento skerspjūvio aukštis; d – skerspjūvio naudingasis aukštis; x – neutralioji ašis.

Pastebėtina, kad skaičiavimo rezultatų tikslumui turi armavimo koeficientas ir apkrovos intensyvumas. Kaip ir ankstesnėse analizėse eksperimentiniai duomenys pagal armavimo koeficientą buvo sudalinti į tris grupes (4.18).

4.14 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($\rho < 0,5 \%$)

Fig. 4.14. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho < 0,5 \%$)

4.15 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($0,5 \leq \rho \leq 1,0$ %)

Fig. 4.15. Relative error 95 % confidence intervals ($0,5 \leq \rho \leq 1,0$ %)

4.16 pav. Santykinės paklaidos 95 % pasikliautiniai intervalai ($\rho > 1,0$ %)

Fig. 4.16. Relative error 95 % confidence intervals ($\rho > 1,0$ %)

Iš 4.14a–4.16a paveikslų ir priede esančios B.4 lentelės matyti, kad tempiamojo sustandėjimo diagramą taikant visoje tempimo zonoje apskaičiuotieji įlinkiai visiems armavimo koeficiento intervalams yra gerokai mažesni nei eksperimentiniai įlinkiai. Priešingai, tempiamojo sustandėjimo diagramą taikant efektyvioje zonoje (4.14b–4.16b pav.) gaunami tikslesni rezultatai, gana artimi EC2 skaičiavimo rezultatams. Tiesa, apkrovos stadijose artimose pleišėjimo apkrovai apskaičiuotieji įlinkiai gerokai viršijo eksperimentinius.

4.3. Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimas, taikant baigtinių elementų programą „Atena“

Šiame skirsnyje atliktas pagal EC2 metodiką apskaičiuotų ir baigtinių elementų programa „Atena“ sumodeliuotų gelžbetoninių sijų įlinkių palyginimas. Baigtinių elementų modelyje buvo įvertintos netiesinės medžiagų savybės. Armatūra aprašyta dviliniame $\sigma - \varepsilon$ diagrama (1.1.1 skirsnis), gniuždomasis betonas įvertintas pagal EC2 metodiką (1.3), tempiamojo sustandėjimo diagrama apskaičiuota pagal siūlomąją (3.24) išraišką. Skaitinių eksperimentų analizei buvo panaudotas C25/30 ir C45/55 klasių betonas bei skirtingi armavimo koefi-

cientai: $\rho = 0,5 \%$, $\rho = 1,0 \%$, $\rho = 2,0 \%$. Gelžbetoninės sijos skaičiuojamoji schema bei skerspjūvio charakteristikos pateiktos 4.17 paveiksle.

4.17 pav. Sijos eksperimento skerspjūvis ir skaičiuojamoji schema

Fig. 4.17. Cross-section and loading scheme of experimental beam

Dėl simetrijos buvo modeliuojama pusė sijos. Dvimačiame baigtinių elementų modelyje panaudoti keturkampiai 6,67 cm dydžio baigtiniai elementai, kurių mazgai turėjo keturis laisvės laipsnius. Tamprioje stadijoje betonas buvo imamas kaip izotropinė medžiaga. Jam supleišėjus jis buvo laikomas ortotropine medžiaga. Analizėje panaudotas fiksuoto plyšio modelis: plyšių atsivėrimo kryptis sutampa su pagrindinių įtempių kryptimi. Armatūra buvo modeliuojama strypiniais baigtiniais elementais, imant idealų sukibimą su betonu. Gelžbetoninės sijos baigtinių elementų modelis ir pleišėjimo schema pavaizduoti 4.18 paveiksle.

4.18 pav. Sijos baigtinių elementų modelis

Fig. 4.18. Finite element model of a beam

4.19 paveiksle pavaizduotas momentų-kreivių diagramų, apskaičiuotų EC2 metodu ir baigtinių elementų programa „Atena“, rezultatų palyginimas. Kaip matyti iš pateiktų diagramų, gautas geras apskaičiuotųjų kreivių sutapimas.

4.19 pav. Apskaičiuotų pagal „Atena“ ir EC2 metodiką $M - \kappa$ diagramų palyginimas, kai:
(a) C25/30 ir (b) C45/55

Fig. 4.19. Comparison of $M - \kappa$ diagrams calculated by „Atena“ and EC2 method, when:
(a) C25/30 and (b) C45/55

4.4. Ketvirtojo skyriaus rezultatai ir išvados

Šiame skyriuje buvo nagrinėjamas pasiūlytųjų tempimo sustandėjimo modelių adekvatumas kitų autorių atliktų eksperimentų bei Euronormų skaičiavimo rezultatams. Lyginamoji statistinė analizė susideda iš dviejų dalių. Pirmojoje dalyje atlikta tempiamiesiems elementams gautos tempimo sustandėjimo diagramos tikslumas, analizės rezultatus palyginant su literatūroje paskelbtų eksperimentinių tyrimų bei modelių rezultatais. Antrojoje dalyje apskaičiuotieji šių įlinkiai taikant tempimo sustandėjimo diagramas gautas iš tempiamųjų ir lenkiamųjų elementų palyginti su eksperimentinių duomenų, Euronormų metodo bei kitų modelių gautaisiais rezultatais.

Gautos tokios išvados:

1. Nustatyta, kad tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo metodų tikslumui turi armavimo koeficientas bei apkrovos intensyvumas.
2. Taikant originaliąją Euronormų metodiką, apskaičiuotos tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos buvo žymiai mažesnės už eksperimentines. Nevertinant betono traukimosi, mažiau armuotiems elementams ($\rho \leq 1,5\%$) apkrovos lygiuose, artimuose pleišėjimo ribai, apskaičiuotos deformacijos vidutiniškai tesiekė 40 % eksperimentinės reikšmės. Visuose apkrovos intervaluose santykinės paklaidos vidurkis kito nuo 0,40 iki 0,57. Stipriau armuotiems elementams gautos kiek mažesnės paklaidos: 0,58–0,80. Kai betono traukimas buvo eliminuotas, skaičiavimas geriau atitiko eksperimento rezultatus. Mažiau armuotiems

- ($\rho \leq 1,5\%$) ir stipriau armuotiems ($\rho > 1,5\%$) elementams santykinės paklaidos vidurkis kito ribose: atitinkamai 0,70–0,79 ir 0,86–0,99.
3. Tempiamųjų elementų atveju, 293 eksperimentinių taškų duomenų imčiai atlikta deformacijų tikslumo skaičiavimo statistinė analizė parodė, kad kitų modelių tikslumas priklauso nuo armavimo koeficiento. Mažiau armuotiems elementams santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,64–0,70 (*CEB-FIP*), 0,74–1,12 (*Hsu*), 0,64–0,85 (*Collins ir Mitchell*), 0,83–0,92 (*Fields ir Bischoff*). Daugiau armuotiems elementams ($\rho > 1,5\%$) gauti tokie rezultatai 0,77–0,85 (*CEB-FIP*), 0,85–1,08 (*Hsu*), 0,76–0,91 (*Collins ir Mitchell*), 0,85–0,94 (*Fields ir Bischoff*).
 4. Atlikus apskaičiuotų įlinkių pagal įvairius skaičiavimo metodus ir medžiagų modelių palyginamąją statistinę analizę, nustatyta, kad didžiausią įtaką tikslumui turi tempiamosios zonos armavimo procentas bei apkrovimo intensyvumas. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ($\rho < 0,5\%$) intervale. Santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,97–1,74 (*EC2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,94–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*), 0,81–1,33 (*Collins ir Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields ir Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*), 0,96–1,75 (a modelis), 1,05–1,69 (b modelis). Tuo tarpu vidutiniškai ir stipriai armuotiems elementams ($\rho > 1,0\%$) santykinės paklaidos vidurkis buvo: 0,88–1,05 (*EC2*), 0,86–1,07 (*SP52-101*), 0,97–1,03 (*STR 2.05.05:2005*), 0,83–0,87 (*CEB-FIP*), 0,86–0,90 (*Collins ir Mitchell*), 0,91–1,03 (*Fields ir Bischoff*), 0,89–0,90 (*Hsu*), 0,91–1,08 (a modelis), 0,91–0,94 (b modelis).
 5. Taikant tempimo sustandėjimo diagramą gautą iš tempiamųjų elementų visoje lenkiamųjų elementų tempimo zonoje apskaičiuotieji įlinkiai buvo iki 40 % mažesni nei eksperimentiniai įlinkiai. Priešingai, tempimo sustandėjimo diagramą taikant efektyvioje zonoje gaunamos iki 10 % paklaidos. Tiesa, apkrovos stadijose artimose pleišėjimo apkrovai apskaičiuotieji įlinkiai gerokai viršijo eksperimentinius.
 6. Pasiūlytieji tempiamojo sustandėjimo modeliai gauti iš tempiamųjų ir lenkiamųjų gelžbetoninių elementų gali būti taikomi skaitiniuose metoduose, skaičiuojant statiškai neišsprendžiamas gelžbetonines konstrukcijas.

Bendrosios išvados

1. Euronormų metodika skirta projektuoti statybines konstrukcijas esant nesudėtingam įtempių būviui. Deja, normų metodai negali būti taikomi sudėtingų konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejais. Tokių konstrukcijų analizei taikomi skaitiniai metodai, kuriais gali būti įvertinti sudėtingi gelžbetonio elgsenos aspektai bei netiesinės medžiagų savybės. Euro-normos pateikia gniuždomojo betono modelį, tačiau nereglementuoja supleišėjusio tempiamo betono modelio (dar vadinamo tempiamojo sustandėjimo modeliu), kuris turi didelę įtaką apskaičiuotoms deformacijoms. Todėl taikant Euronormų nuostatas negalima analizuoti sudėtingesnių konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvio.
2. Paprastai tempiamojo sustandėjimo modeliai gaunami iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, o vėliau taikomi nustatant lenkiamųjų elementų deformacijas. Taip apskaičiuojant lenkiamųjų elementų deformacijas, gaunamos mažos paklaidos. Šiame darbe tempiamojo sustandėjimo modeliai, atitinkantys Euronormų nuostatas, buvo gauti ne tik įprastiniu būdu, t. y. iš tempiamųjų elementų, bet ir iš lenkiamųjų elementų. Kuriant modelį buvo pritaikytas Vilniaus Gedimino technikos universiteto mokslininkų pasiūlytas modelių kūrimo metodas, kuriuo tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformaci-

- jų diagramos inkrementiniu skaičiavimu nustatomos iš momentų ir kreivių diagramų.
3. Gautieji tempiamojo betono modeliai sudaryti iš dviejų dalių: kylančiosios tampriosios ir krentančiosios, atitinkančios supleišėjusio betono elgseną. Nustatyta, kad krentančiosios diagramos dalies forma labiausiai priklauso nuo tempiamojo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
 4. Pasiūlytieji tempiamojo sustandėjimo dėsniai buvo pritaikyti sluoksnių skerspjuvio modelyje nustatant gelžbetoninių elementų tempimo deformacijas bei kreivius. Gauti rezultatai gerai atitiko Euronormų apskaičiuotoms reikšmėms – didžiausia paklaida neviršijo 1 %.
 5. Nustatyta, kad supleišėjusio tempiamojo betono modeliai tempiamiesiems ir lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams yra skirtingi. Taikant tempiamųjų elementų modelį lenkiamiesiems elementams gautos iki 40 % paklaidos. Paklaidos didėja, mažėjant armavimo koeficientui.
 6. Surinktai 293 eksperimentinių taškų duomenų imčiai atlika tempiamųjų elementų deformacijų tikslumo skaičiavimo statistinė analizė parodė, kad modelių tikslumas priklauso nuo armavimo koeficiento ir apkrovos intensyvumo. Mažiau armuotiems elementams santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,64–0,70 (*CEB-FIP*), 0,74–1,12 (*Hsu*), 0,64–0,85 (*Collins ir Mitchell*), 0,83–0,92 (*Fields ir Bischoff*). Daugiau armuotiems elementams ($\rho > 1,5\%$) gauti tokie rezultatai: 0,77–0,85 (*CEB-FIP*), 0,85–1,08 (*Hsu*), 0,76–0,91 (*Collins ir Mitchell*), 0,85–0,94 (*Fields ir Bischoff*).
 7. Taikant originaliąją EC2 metodiką ir nevertinant betono traukimosi, mažiau armuotiems elementams ($\rho \leq 1,5\%$) apkrovos lygiuose, artimuose pleišėjimo ribai, apskaičiuotos deformacijos vidutiniškai siekė 40% eksperimentinės reikšmės. Visuose apkrovos intervaluose santykinės paklaidos vidurkis kito nuo 0,40 iki 0,57. Stipriau armuotiesiems elementams gautos kiek mažesnės paklaidos: 0,58–0,80. Eliminavus betono traukimąsi mažiau armuotiems ($\rho \leq 1,5\%$) ir stipriau armuotiems ($\rho > 1,5\%$) elementams santykinės paklaidos vidurkis kito ribose: atitinkamai 0,70–0,79 ir 0,86–0,99.
 8. Atlikus apskaičiuotų įlinkių pagal įvairius skaičiavimo metodus ir medžiagų modelių palyginamąją statistinę analizę, nustatyta, kad didžiausią įtaką tikslumui turi tempiamosios zonos armavimo procentas bei apkrovimo intensyvumas. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ($\rho < 0,5\%$) intervale, kai santykinės paklaidos vidurkis atskiriems metodams kito ribose: 0,97–1,74 (*EC2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,9–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*),

0,81–1,33 (*Collins ir Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields ir Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*).

Literatūra ir šaltiniai

ACI Committee 201. 2001. *Guide to Durable Concrete, ACI 201.2R-01*. Farmington Hills, Michigan: ACI. 41 p.

ACI Committee 209. 2008. *Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete, ACI 209.2R-08*. Farmington Hills, Michigan: ACI. 48 p.

ACI Committee 318. 2008. *Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318-08 and Commentary*. Farmington Hills, Michigan: ACI. 471 p.

Acker, P.; Ulm, F. J. 2001. Creep and shrinkage of concrete: physical origins and practical measurements, *Nuclear Engineering and Design* 203(2–3): 143–158.

AIJ (Architectural Institute of Japan). 1991. *AIJ Standards for Structural Calculation of Steel Reinforced Concrete Structures* (English translation of 1987 edition). Tokyo: AIJ. 104 p.

Abrishami, H.; Mitchell, D. 1996. Influence of Splitting cracks on tension stiffening, *ACI Structural Journal* 93(6): 703–710.

Achyutha, H.; Paramasivam, V., Hari, K., Sree Harsha, K., Koteswara Rao, P. C., Sivathanu Pillai, C. 1999. Constitutive law for reinforced/prestressed concrete linear members subjected to uniaxial tension, *Transactions of the 15th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Seoul, Korea: 15–20.

- Al-Fayadh, S. 1997. Cracking behaviour of reinforced concrete tensile members, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden., master thesis 97:3.
- Al-Zaid, R. Z.; Al-Shaikh, A. H., Abu-Hussein, M. M. 1991. Effect of loading type on the effective moment of inertia of RC beams, *ACI Structural Journal* vol. 88: 184–190.
- Ashour, S. A. 2000. Effect of compressive strength and tensile reinforcement ratio on flexural behaviour of high-strength concrete beams, *Engineering Structures* 22(5): 413–423.
- Bazant, Z. P.; Gambarova, P. 1980. Rough Cracks in Reinforced Concrete, Journal of Structural Division, New York: ASCE, v. 106: 819–842.
- Bazant, Z. P.; Oh, B. 1983. Crack band theory for fracture of concrete, *Materials and Structures* (RILEM) 16(93): 155–177.
- Belarbi, A.; Hsu, T. T. C. 1991. Constitutive laws of reinforced concrete in biaxial tension – compression, Rses. Rep. UHCEE 91–2, Univ. of Houston, Tex.
- de Borst, R.; Nauta, P. 1985. Non-orthogonal cracks in smeared finite element model, *Engrg. Computations* 2: 35–46.
- Bhide, S. B. 1986. Reinforced concrete elements in shear and tension, PhD thesis, University of Toronto.
- Bischoff, P. H. 1983. *Response of Prestressed Concrete Tension Members*. M. Eng. thesis. McGill University, Montreal. 122 p.
- Bischoff, P. H. 2001. Effects of shrinkage on tension stiffening and cracking in reinforced concrete, *Canadian Journal of Civil Engineering* 28(3): 363–374.
- Bischoff, P. H.; Mac Laggan, D. A. 2006. Bond and tension stiffening in concrete tension members with plain reinforcement, in *Proc. of 1st International Structural Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Calgary, 2006*, (CD) 10 p.
- Bischoff, P. H. 2008. Discussion of “Tension stiffening in lightly reinforced concrete slabs” by R. I. Gilbert, *ASCE Journal of Structural Engineering* 134(7): 1259–1260.
- Bischoff, P. H.; Johnson, R. D. 2007. Effect of shrinkage on short-term deflection of reinforced concrete beams and slabs, in *Structural Implications of Shrinkage and Creep of Concrete, ACI SP 246*: 167–180.
- Bischoff, P. H.; Mac Laggan, D. A. 2006. Bond and tension stiffening in concrete tension members with plain reinforcement, in *Proc. of 1st International Structural Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Calgary, 2006*, (CD) 10 p.
- Borosnyói, A.; Balázs, L. G. 2005. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art, *Structural Concrete* 6(2): 53–62.
- Branson, D. E. 1963. *Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams*. HPR Report 7(1). Alabama Highway Department, Bureau of Public roads. 78 p.

Careira, D. J.; Chu K.-H. 1986. Stress-strain relationship of reinforced concrete in tension, *ACI Journal Proceedings* 83(1): 21–28.

CEB-FIP (Comité Euro International du Béton; Fédération International de la Précontraint). 1978. *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*. CEB Bulletin d'Information 124/125E. 348 p.

CEB-FIP (Comité Euro International du Béton; Fédération International de la Précontraint). 1990. *High Strength Concrete*. SR 90/1. 61 p.

CEB-FIP (Comité Euro International du Béton; Fédération International de la Précontraint). 1991. *CEB-FIB Model Code 1990: Design Code*. London: Thomas Telford. 437 p.

CEB-FIP (Comité Euro International du Béton; Fédération International de la Précontraint). 1997. *Serviceability Models. Behaviour and Modelling in Serviceability Limit States Including Repeated and Sustained Loads*. Bulletin d'Information 235. Lausanne: CEB. 280 p.

CEN (Comité Européen de Normalisation). 2004. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1:2004*. Brussels: CEN. 230 p.

Cervenka, V. 1985. Constitutive model for cracked reinforced concrete, *ACI Journal Proceedings* 82(6): 877–882.

Cervenka, V. 1995. Mesh sensitivity effects in smeared finite element analysis of concrete fracture, in *Proc. of The Second International Conference Fracture Mechanics of Concrete Structures (FramCoS-2)*. Freiburg: AEDIFICATIO Publishers: 1387–1396.

Cervenka, V. 2002. Computer simulation of failure of concrete structures for practice, in *Proc. First FIB Congress, Concrete Structures in 21 Century*, Osaka, Japan, 2002, 63.

Cervenka, J.; Cervenka, V.; Eligehausen, R. 1998. Fracture-plastic model for concrete. Application to analysis of powder actuated anchors, in *Proc. of the Third International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FramCoS 3)*. Gifu, Japan, 1998, 2: 1107–1117.

Cervenka, V.; Cervenka, J.; Pukl, R. 2002. *ATENA – A tool for engineering analysis of fracture in concrete*, *Sadhana* 27(4): 485–492.

Cervenka, J.; Chandra Kishen, J. M.; Saouma, A. E. 1998. Mixed mode fracture of cementitious biomaterial interfaces. Part II: Numerical simulation, *Engineering Fracture Mechanics* 60(1): 95–107.

Cervenka, V.; Pukl, R. 1994. SBETA analysis of size effect in concrete structures, in *Size effect in Concrete Structure*. London: E & F N Spon, 323–333.

Cervenka, V.; Pukl, R. 1995. Mesh sensitivity effects in smeared finite element analysis of concrete structures, in *Proc. of the Second International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FramCoS 2)*. ETH Zurich, Switzerland, 1995, 1387–1396.

- Cervenka, V.; Pukl, R.; Eligehausen, R. 1990. Computer simulation of anchoring technique in reinforced concrete beams, in *Proc. of the Second International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*. Swansea: Pineridge Press, 1–19.
- Clark, L. A.; Speirs, D. M. 1978. *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load. Technical Report 42.521*. Cement and Concrete Association. 19 p.
- Clark, L. A.; Cranston, W. B. 1979. The influence of bar spacing on tension stiffening in reinforced concrete slabs, *Proceedings International Conference on Concrete Slabs*, Dundee, 118–128.
- Collins, M. P.; Mitchell, D. 1991. *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, New York: Prentice-Hall Inc. 766 p.
- Collins, M.P. 1979. Stress-strain characteristics of diagonally cracked concrete, International Association for Bridge and Structural Engineering, IABSE Vol. 29, 27–34.
- Damjanic, F.; Owen, D. R. J. 1984. Practical considerations for modelling of post cracking concrete behaviour for finite element analysis of reinforced concrete structures. *Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Pineridge Press, Swansea, 693–706.
- Darwin, D.; Barham, S.; Kozul, R.; Luan, S. 2001. Fracture energy of high-strength concrete, *ACI Materials Journal* 98(5): 410–417.
- Dilger, W. H.; Koch, R.; Kowalczyk, R. 1984. Ductility of plain and confined concrete under different strain rates, *ACI Journal Proceedings* 81(1): 73–81.
- Dugdale, D. S. 1960. Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8(2): 100–104.
- Ebead, U. A.; Marzouk, H. 2005. Tension stiffening model for FRP-strengthened RC concrete two-way slabs, *Material and Structures (RILEM)* 38(276): 193–200.
- Eckfeldt, L. 2005. *Possibilities and Limitations of the Computation of Crack Widths in Variable Structural Situations (Möglichkeiten und Grenzen der Berechnung von Rissbreiten in Veränderlichen Verbundsituationen)*. PhD dissertation. Dresden Technical University. 440 p.
- Edwards, A. D.; Yannopoulos, P. J. 1979. Local bond-stress to slip relationship for hot rolled deformed bars and mild steel plain bars, *ACI Journal Proceedings* 76(3): 405–420.
- Elices, M.; Guinea, G. V.; Gomez, J.; Planas, J. 2002. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges, *Engineering Fracture Mechanics* 69(2): 137–163.
- Elices, M.; Planas, J. 1989. Material models, in *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. London: Chapman & Hall, 16–62.
- Evans, R. H.; Marathe, M. S. 1968. Micro-cracking and stress-strain curves for concrete in tension, *Material and Structures (RILEM)* 1(1): 61–64.

Esfahani, M. R.; Rangan, B. V. 1998. Local bond strength of reinforcing bars in normal strength and high – strength concrete (HSC), *ACI Structural Journal* vol. 95: 272–280.

Fields, K.; Bischoff, P. H. 2004. Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members, *ACI Structural Journal* 101(4): 447–456.

Figarovskij, V. V. 1962. *Experimental Investigation of Stiffness and Cracking of Reinforced Concrete Flexural Members Subjected to Short-Term and Long-Term Loading* (Экспериментальное исследование жёсткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов при кратковременном и длительном действии нагрузки). PhD dissertation. Moscow: NIIZhB. 210 p. (In Russian).

Fischer, G.; Li, V. C. 2002. Influence of matrix ductility on the tension – stiffening behavior of steel reinforced engineered cementitious composites (ECC), *ACI Structural Journal* vol. 99: 104–111.

Foster, S. J.; Budiono, B.; Gilbert, R. I. 1996. Rotating crack FE model for reinforced concrete structures, *Computers & Structures* 58(1): 43–50.

Foster, S. J.; Marti, P. 2003. Cracked membrane model: Finite element implementation, *ASCE Journal of Structural Engineering* 129(9): 1155–1163.

Gambarova, P.; Rosati, Zasso, B. 1989. Steel-to-concrete bond after concrete splitting: constitutive laws and interface deterioration, *Materials and Structures*, Vol. 22: 347–356.

Ghali, A. 1993. Deflections of RC members: a Critical review, *ACI Structural Journal* vol. 90: 364–373.

Gilbert, R. I.; Warner, R. F. 1978. Tension stiffening in reinforced concrete slabs, *Journal of the Structural Division* 104(12): 1885–1900.

Gilbert, R. I. 1999. Deflection calculation for RC structures – Why we sometimes get it wrong, *ACI Structural Journal* 96(6): 1027–1032.

Gilbert, R. I. 2001. Shrinkage, cracking and deflection – the serviceability of concrete structures, *Electronic Journal of Structural Engineering* 1: 15–37.

Gilbert, R. I.; Wu, H. Q. 2008. An experimental study of tension stiffening in reinforced concrete members under short-term and long-term loads, UNICIV Report No. R-449.

Giuriani, E. 1981. Experimental investigation on the bond-slip law of deformed bars in concrete, *IABSE Colloquium Delft, Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Rep. of the Working Commissions*, Vol. 34: 121–142.

Gribniak, V.; Kaklauskas, G. 2004. Statistical deflection analysis of RC Beams by different calculation methods, in *Proc. of the Seventh Lithuanian Conference of Young Scientists Science – Future of Lithuania*. Vilnius: Technika, 94–99. ISBN 9986-05-775-2.

Gribniak, V.; Girdzius, R. 2005. Mesh dependence on deformations of tensile reinforced concrete members (Baigtinių elementų dydžio ir formos įtaka tempiamųjų G/B elementų deformacijų skaičiavimo rezultatams), in *Proc. of the Eighth Lithuanian Conference of Young Scientists Science – Future of Lithuania*. Vilnius: Technika, 181–186 (in Lithuanian).

Gribniak, V.; Bacinskas, D.; Kaklauskas, G. 2006. Numerical simulation strategy of bearing reinforced concrete tunnel members in fire, *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering* 1(1): 5–9.

Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Bacinskas, D. 2007a. State-of-art review on shrinkage effect on cracking and deformations of concrete bridge elements, *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering* 2(4): 183–193.

Gribniak, V.; Bacinskas, D.; Kaklauskas, G. 2007b. Non-linear modelling of reinforced concrete beams subjected to fire, in *Proc. of the International COST-C26 Workshop Urban Habitat Constructions under Catastrophic Events*. Prague: Czech Technical University, 53–58.

Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Bacinskas, D. 2007c. Experimental investigation of deformations of lightly reinforced concrete beams, in *Proc. of the Ninth International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques*. Vilnius: Technika, 2: 554–562.

Gribniak, V.; Kaklauskas, G., and Bacinskas, D. 2008. Shrinkage in reinforced concrete structures: A computational aspect, *Journal of Civil Engineering and Management*, 14(1), 49–60.

Gribniak, V. 2009. *Shrinkage influence on tension stiffening of concrete structures*. PhD dissertation. Vilnius, Technika. 145 p.

Grossman, J. S. 1981. Simplified computations for effective moment of inertia (ie) and minimum thickness to avoid deflection computations, *ACI Journal Proceedings* 6(78): 423–439.

Gvozdev, A. A.; Dmitrijev, S. A.; Nemirovskij, J. M. 1962. On deflection calculation of reinforced concrete structures according to new design code SNiP II-V.I-62 (О расчете прогибов железобетонных конструкций по проекту новых норм СНиП II-B.I-62), *Beton i Zelezobeton* 6: 245–250 (in Russian).

Gupta, A. K.; Maestrini, S.R. 1989. Post – cracking behavior of membrane reinforced concrete elements including tension – stiffening, *Journal of Structural Engineering*, New York: ASCE, v. 115: 957–976.

Gushcha, Yu. P. 1967. *Investigation of Elastic-Plastic Behaviour of Flexural Concrete Beams Reinforced with Deformed Bars* (Исследование изгибаемых железобетонных элементов при работе стержневой арматуры в упруго-пластической стадии). PhD dissertation. Concrete and Reinforced Concrete Research and Technological Institute (NIIZhB), Moscow. 210 p. (in Russian).

Hsu, T. C. T. 1993. *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Inc., 336 p.

Hognestad, H. E.; Hanson, N. W.; Mc Henry, D. 1955. Concrete stress distribution in ultimate strength design, *ACI Journal Proceedings* 52(12): 455–480.

Hughes, B. P.; Chapman, G. P. 1966. The deformations of concrete and microconcrete in compression and tension with particular reference to aggregate size, *Magazine of Concrete Research* 18(54): 19–24.

Jiang, D. H.; Shah, S. P.; Andonian, A. T. 1984. Study of the transfer of tensile forces by bond, *ACI Structural Journal* 81(3): 251–259.

Kaklauskas, G. 2001. *Integral Flexural Constitutive Model for Deformational Analysis of Concrete Structures*. Vilnius: Technika. 140 p.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2005. Effects of shrinkage on tension stiffening in RC members, *Proc. of the fib Symposium Structural Concrete and Time*. Grafikar Sociedad, La Plata, 1, 453–460.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Bacinskas, D.; Vainiunas, P. 2009. Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members, *Engineering Structures*, 31(6), 1305–1312.

Kaklauskas, G.; Bacinskas, D.; Gribniak, V.; Geda, E. 2007a. Mechanical simulation of reinforced concrete slabs subjected to fire, *Technological and Economic Development of Economy* 13(4): 295–302.

Kaklauskas, G.; Burtzev, B. I.; Gribniak, V. 2007b. Derivation of material diagrams from tests of reinforced concrete beams, in *Proc. of the Eleventh International Scientific and Practical Conference of Students, Post-Graduates and Young Scientists Modern Techniques and Technologies (MTT 2005)*. Piscataway: IEEE, 122–125.

Kaklauskas, G.; Cervenka, V.; Cervenka, J.; Vainiunas, P.; Gribniak, V. 2004. Deflection calculation of RC beams: finite element software versus analytical and design code methods, in *Proc. of the Tenth International Conference on Computing in Civil and Building Engineering (ICCCBE-X)*. Weimar: VDG, 8 p. (CD).

Kaklauskas, G.; Christiansen, M. B.; Bacinskas, D.; Gribniak, V. 2005. *New Method for Deformation Analysis of Reinforced Concrete Structures (Naujo inžinerinio gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo metodo kūrimas)*, Technical Report Nr. T-05127. Vilnius, VGTU. 33 p.

Kaklauskas, G.; Christiansen, M. B.; Bacinskas, D.; Gribniak, V. 2008. *Constitutive Model for Reinforced Concrete Members Taking into Account Concrete Creep and Shrinkage at Pre-Loading Stage (Gelžbetoninių elementų deformacijų modelis, įvertinantis betono susitraukimą ir valkšnumą iki eksploatacinėje stadijoje)*, Technical Report NR. T-08024. Vilnius, VGTU. 46 p.

Kaklauskas, G.; Ghaboussi, J. 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests, *ASCE Journal of Structural Engineering* 127(1): 64–73.

Kankam, C. K. 1997. Relationship of bond stress, steel stress, and slip in reinforced concrete, *ASCE Journal of Structural Engineering* 123(1): 79–85.

Kaplan, M. F. 1961. Crack propagation and the fracture of concrete, *ACI Journal Proceedings* 58(11): 591–610.

Kent, D. C.; Park, R. 1971. Flexural members with confined concrete, *ASCE Journal of the Structural Division* 97(7): 1969–1990.

Kesler, C. E.; Naus, D. J.; Lott, J. L. 1972. Fracture mechanics – its applicability to concrete, in *Proc. of the International Conference on the Mechanical Behavior of Materials*, Kyoto, 1971, IV: 113–124.

Kolmar, W. 1986. *An Approach of the Force Transfer throughout Cracks by the Nonlinear Finite Element Analysis of the Reinforced Concrete Items*. PhD dissertation. Darmstadt: T. H. 94 p. (in German).

Kudzys, A.; Notkus, A. J. 1978. Calculation of wall panel structures considering nonlinear behaviour of concrete and presence of reinforcement, *Contributions to the IAAS Symposium 1978 Darmstadt "Nonlinear Behaviour of Reinforced Concrete Spatial Structures"*. Werner-Verlag, Dusseldorf: 139–149.

Kupliauskas, R.; Notkus, A. J. 1987. Pilnos betono tempimo diagramos eksperimentinis tyrimas, *Reinforced Concrete Structures, LAM MD*, Nr. 15: 83–89 (in Russian).

Kuzcynski, W., Gaszynski, S., Wlasek, A. 1975 Uproszona metoda oliczania ugiec elementov żelbetowych, *Inżynieria i budownictwo*, Warszawa, Nr.7: 497–503.

Kwak, H.-G.; Song, J.-Y. 2002. Cracking analysis of RC members using polynomial strain distribution function, *Engineering Structures* 24(4): 455–468.

Lackner, R.; Mang, H. A. 2003. Scale transition in steel-concrete interaction. Part I: Model, *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 129(4): 393–402.

Lemnitzer, L.; Eckfeldt, L.; Lindorf, A.; Curbach, M. 2008. Biaxial tensile strength of concrete – answers from statistics, in *Proc. of the International fib Symposium Tailor Made Concrete Structures: New Solutions for Our Society*, Amsterdam, The Nederland, 2008. UK: CRC Press/Balkema, 1101–1102.

Leonhardt, F. 1988. Cracks and crack control in Concrete Structure, *PCI Journal*: 124–145.

Leutbecher, T.; Fehling, E. 2009. Crack formation and tensile behaviour of concrete members reinforced with rebars and fibres exemplified by ultra-high-performance concrete Part 1: Crack mechanical relationships, *Beton und Stahlbetonbau* 104(6): 357–367 (in German).

Liu, Y.; Teng, S.; Soh, C. K. 2008. Three-dimensional damage model for concrete. Part I: Theory, *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 134(1): 72–81.

Litton, R. W. 1974. A contribution to the analysis of concrete structures under cyclic loading, Dissertation presented to the University of California at Berkeley, Calif., in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

Lutz, L.A.; Gergely, P. 1967. Mechanizm of bond and slip of deformed bars in concrete, *ACI Journal Proceedings*, 64(11), pp. 711–721.

Mansur, M. A.; Chin, M. S.; Wee, T. H. 1997. Flexural behavior of high-strength concrete beams, *ACI Structural Journal* 94(6): 663–674.

Marcinkovich, C.; Olsen, K. 2003 On the implementation of perfectly matched layers in a three-dimensional fourth-order velocity-stress finite difference scheme, *J. Geophy. Res.*, 108, B5, ESE 18-1-18-16.

Marciukaitis, G. 1978. Application of the complete diagrams of materials σ - ε to analyze the elasto-plastic workability of the reinforced polymer impregnated concrete structures

by electronic compute, in *8 International Kongres Anwendung Match. Ingenieurwissenschaften*. Weimar: Rahmenthema: 77–82.

Marciukaitis, G.; Balevicius, R. 2009. Sluoksniuotųjų konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvio bei valkšnumo analize, veikiant ilgalaikiai apkrovai, *Engineering Structures and Technologies*. Vilnius: Technika, 1(3): 123–134.

Marciukaitis, G.; Jonaitis, B.; Papinigis, V. Valivonis, J. 2007a. *Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas pagal Euronormas*. Vilnius. Technika. 339 p.

Marciukaitis, G.; Jonaitis, B.; Valivonis, J. 2006a. Analysis of deflections of composite slabs with profiled sheeting up to the ultimate moment, *Journal of Constructional Steel Research*, 62(12): 1264–1269.

Marciukaitis, G.; Vainiunas, P.; Valivonis, J.; Jonaitis, B. 2006b. Analysis of longitudinal shear behaviour for composite steel and concrete slabs, *Journal of Constructional Steel Research*, 62(8): 820–830.

Marciukaitis, G.; Valivonis, J.; Bareisis, J. 2007b. An analysis of the joint operation of a CFRP concrete in flexural elements, *Mechanics of Composite Materials*, 43(5): 467–478.

Murashev, V. I. 1950. *Crack Resistance, Stiffness and Strength of Reinforced Concrete (Трещиностойчивость, жёсткость и прочность железобетона)*. Moscow: Mashinostroizdat. 268 p. (in Russian).

Nejadi, S. 2005. *Time-Dependent Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete Structures*. PhD dissertation. University of New South Wales. 390 p.

Ngo, D.; Scordelis, A. C. 1967. Finite element analysis of reinforced concrete beams, *Journal of American Concrete Institute* V. 64, No 3.:152–163.

de Nicolo, B.; Pani, L.; Pozzo, E. 1994. Strain of concrete at peak compressive stress for a wide range of compressive strengths. *Materials and Structures* 5(27), 206–210.

Notkus, A. J. 1982. Descending Branch of tensile concrete diagrams and stress distribution in structures. Increase in strenght and durability of reinforced concrete Structures, *Reinforced Concrete Structures, LAM MD, Nr. 12: 7* (in Russian).

Ouyang, C.; Wollrab, E.; Kulkarni, S. M.; Shah, S. P. 1997. Prediction of cracking response of reinforced concrete tensile members, *Journal of Structural Engineering* 123(1): 70–78.

Pelessone, D.; Baum, J. D., Lohner, R., Charman, C., M., Baylot, J., T. 2003. Convergence study for the discrete particle method, In *Computational Fluid and Solid Mechanics: Proceedings Second MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*.

Piyasena, R. 2002. *Crack Spacing, Crack Width and Tension Stiffening Effect in Reinforced Concrete Beams and One-Way Slabs*. PhD Dissertation. School of Engineering, Griffith University. 370 p.

Popovics, S. A. 1973. Numerical approach to the complete stress – strain curve of concrete, *Cement and Concrete Research*, 3(5): 553–599.

Prakhya, G. K. V.; Morley, C. T. 1990. Tension-stiffening and moment-curvature relations of reinforced concrete elements, *ACI Structural Journal* 87(5): 597–605.

Rangan, B. V. 1982. Control of deflections by allowable span – depth ratios, *ACI Structural Journal* 79 (5): 372–377.

Rashid, Y. R. 1968. Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Engineering*, 7: 334–344.

RILEM TC 148-SSC. 1997. Strain-softening of concrete in uniaxial compression, *Materials and Structures* Vol. 30: 195–209.

Рокач, В. С. 1975. К теории деформации железобетона, *Бетон и железобетон* (5): 35–35. (in Russian).

Rots, J. G. 1988. *Computational Modeling of Concrete Structures*. PhD dissertation. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. 127 p.

Rozemblumas, A. M. 1964. Calculation methods for revealing stress state of reinforced concrete sections, weakening by the cracks (Методы расчета по выявлению напряженного состояния железобетонных сечений, ослабленных трещиной). *Stroitelstvo i Architektura*, 4. Kaunas.

Ruiz, M. F.; Mattoni, A.; Gambarova, P. G. 2007. Analytical modeling of the pre- and postyield behavior of bond in reinforced concrete, *ASCE Journal of Structural Engineering* 133(10): 1364–1372.

Sato, Y.; Tadokoro, T.; Ueda, T. 2004. Diagonal tensile failure mechanism of reinforced concrete beams, *Journal of Advanced Concrete Technology* 2(3): 327–341.

Sato, R.; Maruyama, I.; Sogabe, T.; Sogo, M. 2007. Flexural behavior of reinforced recycled concrete beams, *Journal of Advanced Concrete Technology* 5(1): 43–61.

Saenz, L. P. 1964. Discussion of equation for the stress – strain curve of concrete – by Desayi and Krishnan, *ACI Journal* 61(6): 1229–1235.

Shah, S. P.; Ahmad, S. H. 1985. Structural properties of high strength concrete and its implication for precast prestressed concrete, *PCI Journal* 30(4–6): 92–119.

Shi, Z.; Suzuki, M.; Ohtsu, M. 2004. Discrete modeling of crack interaction and localization in concrete beams with multiple cracks, *Journal of Advanced Concrete Technology*, Vol. 2 No. 1: 101–111.

SP 52-101. 2003. Concrete and reinforced concrete structures without prestressing (Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры), Moscow. (in Russian).

STR 2.05.05:2005. 2005. Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas, Lietuvos Respublikos Aplinkos ministerija, 121 p.

Stramandinoli, R. S. B.; Rovere, H. L. L. 2008. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members, *Engineering Structures* 30(7): 2069–2080.

Suidan, M.; Schnobrich, W. C. 1973. Finite element analysis of reinforced concrete, *ASCE Journal of the Structural Division* 99(10): 2109–2122.

Szulczynski, T.; Sozen, M. A. 1961. *Load-deformation characteristics of reinforced concrete prisms with rectilinear transverse reinforcement. Structural Research Series* 224, University of Illinois. 41 p.

Šimkus, R. 1998. Naujas metodas lenkiamų gelžbetoninių elementų kreiviui skaičiuoti, Statybinės konstrukcijos: kūrimas ir stiprinimas. Vilnius, Technika: 32–37.

Teng, S.; Branson, D. E. 1993. Initial and time – depend deformation of progressively cracking nonprestressed and partially prestressed concrete beams, *Aci Journal* 90(5): 480–488.

Thorenfeldt, E.; Tomaszewicz, A.; Jensen, J. J. 1987. Mechanical properties of high-strength concrete and application in design. Proceedings, Symposium in Stavanger, Norway: 17–22.

Torres, L.L., Lopez-Almansa, F., Bozzo, L.M., 2004. Tension-stiffening model for cracked flexural concrete members. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 130(8): 1242–1251.

Vecchio, F. J.; Collins M. P. 1982. *Response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses*. Publication No. 82–03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 332 p.

Vecchio, F. J.; Collins, M. P. 1986. The Modified Compression Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Structural Journal* 83 (6): 925–933.

Vecchio, F. 2000. Disturbed Stress field model for Reinforced concrete, *Journal of Structural Engineering*, New York: ASCE, v. 126: 1070–1077.

Vollum, R. L.; Afshar, N.; Izzuddin, B. A. 2008. Modelling short-term tension stiffening in tension members, *Magazine of Concrete Research* 60(4): 291–300.

Walsh, P. F. 1972. Fracture of plain concrete, *The Indian Concrete Journal* 46(11): 469–470, 476.

Walsh, P. F. 1976. Crack initiation in plain concrete, *Magazine of Concrete Research* 28(94): 37–41.

Wang, P. T.; Shah, S. P.; Naaman, A. E. 1978. Stress-strain curves of normal and light-weight concrete in compression, *ACI Journal Proceedings* 75(11): 603–611.

Watstein, D., Seese, N. A. 1945. Effect of type of bar on width of cracks in reinforced concrete subjected to tension, *ACI Journal* V. 41, No. 2: 293–304.

Watstein, D. 1947. Distribution of bond stress in concrete pull-out specimens, *ACI Journal* V. 43, No. 5: 1041–1052.

Autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Girdžius, R. 2011. Average Stress – Average Strain Tension Stiffening Relationships Based on Provisions of Design Codes. *Journal of Zhejiang University – SCIENCE A* Vol.12 No.10: 731–736. ISSN 1673-565X (print), ISSN 1862-1775 (online). (*ISI Web of Science*).

Kaklauskas, G.; Girdžius, R.; Bacinskas, D.; Sokolov, A. 2008 Numerical Deformation Analysis of Bridge Concrete Girders. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 3(2): 51–56. ISSN 1822-427X (print), ISSN 1822-4288 (online). (*ISI Web of Science*).

Girdžius, R.; Kaklauskas, G.; Zambauskaitė, R.; Jakubovskis, R. 2011. Naujasis lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas, *Statybinės konstrukcijos ir technologijos* 3(3): 112–122. ISSN 2029-2317 (print), ISSN 2029-2325 (online). (*Scopus*).

Girdžius, R.; Kaklauskas, G.; Zambauskaitė, R. 2007. Centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2, *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas* 13(2): 109–113. ISSN 2029-4913 (print), ISSN 2029-4921 (online). (*Scopus*).

Straipsniai kituose leidiniuose

Girdžius, R.; Gribniak, V. 2005. Betono traukimosi įtaka tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms, iš 8-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“ medžiaga. Vilnius: technika, 177–181. ISBN 9986058937.

Gribniak, V.; Girdžius, R. 2005. Baigtinių elementų (BE) dydžio ir formos įtaka tempiamųjų G/B elementų deformacijų skaičiavimo rezultatams, iš 8-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“ medžiaga. Vilnius: technika, 181–186. ISBN 9986058937.

Girdžius, R. 2006. Centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2 iš 9-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ medžiaga. Vilnius: technika, 143–148. ISBN 9955280476.

Girdžius, R. 2007. Betono įtempių ir deformacijų priklausomybė lenkiamame gelžbetoniniame elemente, iš 10-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ medžiaga. Vilnius: technika, 154–159. ISBN 9789955281634.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Girdžius, R.; Vainiūnas, P.; Bačinskas, D. 2010. Tension – stiffening relationships based on design code provisions, in *proceedings of the Third international congress and exhibition (FIB) incorporating the PCI annual convention & bridge conference*. Washington: 1–8.

Summary in English

Introduction

Reasons for Investigation

In the countries all over the world, strength analysis of reinforced concrete (RC) structures is based on a unified approach, i.e. the limit state method. On the contrary, cracking and stiffness techniques of various design codes are based on different assumptions and approaches. Serviceability predictions by different design code methods problems may vary several times.

Main disadvantage of Eurocode design code method is their limited application regarding the structural shape and loading cases. Alternative to the design code methods are numerical techniques. These techniques can evaluate irregular geometrical shape of the structure, specific loading conditions and nonlinear properties of the materials. However, results of analysis become dependent on constitutive models of concrete and reinforcing steel. Modeling reinforcing steel is simple. A large number of models have been proposed for concrete in compression. However, no significant difference is observed when different relationships are used in numerical procedures for deformational analysis of cracked RC beams. It should be noted that modeling behavior of cracked tensile concrete is a much more complicated issue. Due to bond with reinforcement, the cracked concrete between cracks carries a certain amount of tensile force normal to the cracked plane. The concrete adheres to reinforcement bars and contributes to overall

stiffness of the structure. The phenomenon, called tension-stiffening, has a significant influence on the results of short-term deformational analysis.

Based on a variety of assumptions, many constitutive models for cracked concrete in tension have been proposed for case of short-term loading. Present research was aiming at deriving a tension-stiffening relationship for numerical analysis of bending RC members, which allow predicting deformations with accordance to the Eurocode provisions. According to the algorithm proposed by the supervisor of the thesis, the tension-stiffening relationship has been derived from moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams, calculated using the Eurocode technique. The obtained tension-stiffening relationship was applied in the numerical analysis using finite element software and Layer section model. The calculation results were compared with experimental data of beams reported in the literature.

Research Object and Methods

The problem of constitutive modelling of tension-stiffening as well as deformations of reinforced concrete members was examined. The proposed tension-stiffening models are based on the inverse technique using the Eurocode curvature predictions. Reinforced concrete numerical simulation (finite elements and Layer section models, inverse deformation analysis technique) and statistical analysis methods are used in this study.

Main Objective

Based on the Eurocode technique, to propose tension-stiffening law for reinforced concrete tension and bending members subjected to short-term loading, which can be applied in numerical analysis.

Main Tasks

1. To perform a literature review on deformation calculation methods and constitutive models of reinforced concrete members.
2. To derive tension-stiffening relationship for reinforced concrete tension and bending members according to the Eurocode technique.
3. To identify the parameters, having influence on the shape of tension-stiffening diagram of cracked concrete.
4. To propose tension-stiffening models for reinforced concrete tension and bending members.
5. To apply the proposed tension-stiffening models in deformation analysis.
6. To collect test data on deformation behaviour of reinforced concrete tension and bending elements published in the literature.
7. For the collected test data set, to perform comparative statistical analysis of deformations and deflections prediction techniques using the proposed tension-stiffening and other models.

Scientific Novelty and Originality

Based on the scientific supervisor created algorithm for solving an inverse problem, tension-stiffening models have been proposed corresponding to the Eurocode deformation calculation technique. It was shown that the proposed models can be used in numerical analysis. Different complexity tension-stiffening models have been obtained for reinforced concrete tension and bending members. The proposed tension-stiffening models depend on concrete tensile strength, reinforcement ratio and the modular ratio.

Using test data reported in the literature, a statistical analysis of accuracy of deformation and deflection prediction techniques has been performed.

Practical Value

The proposed tension-stiffening model can be used both in standard finite element software and in Layer model satisfying deformation predictions requirements of the Eurocode.

Basic Statements to be Defended

1. The inverse calculation technique can be used for developing tension-stiffening models corresponding to design code requirements.
2. Tension-stiffening models for reinforced concrete bending and tension members are different with the tension-stiffening effect more expressed in the latter members.
3. The proposed tension-stiffening models, both for tensile and bending members, depend on concrete tensile strength, reinforcement ratio and the reinforcement and concrete modular ratio.

Approval of the Research Results

9 scientific articles were published on the topic of the dissertation: 4 – in reviewed scientific journals, (2 from them included in *ISI WEB of Science* international databases); 5 articles in conferences materials (1 from them in international conference material):

- The third international Congress and exhibition (FIB) incorporating the PCI annual convention & bridge conference, Washington, USA, 2010.
- The Tenth Lithuanian Conference of Young Scientists Science – Future of Lithuania, Vilnius, Lithuania, 2007.
- The Ninth Lithuanian Conference of Young Scientists Science – Future of Lithuania, Vilnius, Lithuania, 2006.
- The Eighth Lithuanian Conference of Young Scientists Lithuania without Science – Lithuania without the Future, Vilnius, Lithuania, 2005.

The Scope of the Scientific Work

The dissertation consists of introduction, four Chapters, general conclusion and a list of references.

The total scope of dissertation – 110 pages, 143 expressions, 54 figures, 2 tables and 155 references.

1. Overview of stress-strain calculation methods and models for reinforced concrete members

This chapter reviews both empirical and numerical methods of deformation analysis of RC members. In the state-of-art summary on various stress-strain relationships for concrete and reinforcement, a special emphasis is made on critical survey of modelling post-cracking behaviour of tensile concrete in smeared crack approach.

Stress-strain diagram of cracked tensile concrete has significant influence on calculation of deformations of RC members. However, in Eurocode only the stress-strain diagram of concrete in compression is presented. This is the main reason why engineers can not perform stress-strain analysis of complicated structures using numerical methods. Based on the above, the following objective has been set: to propose average-strain tension-stiffening laws for tensile and flexural reinforced concrete members subjected to short-term loading, which allow predicting deformations with accordance to the Eurocode.

2. Tension-stiffening model for reinforced concrete tension members

In this Chapter derivation of stress-strain tension-stiffening model for tensile RC members is considered. A numerical experiment has been performed based on deformation analysis of tensile RC elements according to the Eurocode. In the parametric analysis, 160 load-strain diagrams were calculated with ranging in reinforcement ratio (0,2, 0,4, ..., and 2,0 %), grade of concrete (C20/25, C30/37, C35/45, and C65/75), modulus of elasticity steel (170, 190, and 210 GPa). Some of the load-strain diagrams are shown in Figure 1a.

For any loading stage equilibrium equation can be given:

$$N_{sm} + N_{cm} = P, \quad (1)$$

where N_{sm} and N_{cm} are mean internal forces in reinforcement and concrete, respectively. When the strain is known, stress in reinforcement can be calculated:

$$N_{sm} = A_s E_s \varepsilon_{sm}, \quad (2)$$

where ε_{sm} is average strain in reinforcement; E_s is modulus of elasticity of reinforcement; A_s is cross-section area of tensile reinforcement.

From the expressions (1) and (2) mean stress in concrete is defined as:

$$N_{cm} = P - A_s E_s \varepsilon_{sm}. \quad (3)$$

Applying formula (3) mean stress in reinforcement can be found:

$$\sigma_{tm} = \frac{P - A_s E_s \varepsilon_{sm}}{A_c} \quad (4)$$

Fig. 1. (a) Load – deformation and (b) numerically derived stress – strain diagrams for varying reinforcement ratio. Grade of concrete C20/25

Tension-stiffening relationships were derived from each load-strain diagram with some examples shown in Figure 1b. The average stress-average strain tension stiffening diagrams consisted of two branches: ascending and descending. These branches represent the elastic and the tension-stiffening behaviour, respectively. Based on a regression analysis, the following tension-stiffening model has been proposed:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{1,15}}, \quad A = 0,0022(2\rho n - 1), \quad (5)$$

where n is the modulus ratio.

To verify adequacy of the proposed model, for the newly generated data set load-strain diagrams were calculated by formulae (1) to (4) and the Eurocode. The disagreement between the calculated strains has not exceeded 1%.

3. Tension-stiffening model for reinforced concrete bending members

This Chapter is aimed at deriving tension-stiffening relationship for deformation analysis of bending RC members. The analysis was based on direct and inverse techniques proposed by G. Kaklauskas and further modified by V. Gribniak.

The analysis uses formulae of strength of materials extended to application of Layer section model and material diagrams. The following approaches and assumptions have been adopted: 1) smeared crack approach; 2) linear strain distribution within the depth of the section implying perfect bond between concrete and reinforcement; 3) all concrete fibers in the tension zone follow a uniform stress-strain tension-stiffening law.

The direct analysis is aimed at the prediction of structural response using the specified constitutive model. Let us consider a doubly reinforced concrete section subjected to pure bending. The cross-section is divided into horizontal layers corresponding to either concrete or reinforcement (Fig. 2b).

Fig. 2. Layer section model of RC section

Curvature κ and strain ε_i at any layer i (see Figure 2d) are calculated by the formulae:

$$\kappa = M / (IE), \quad \varepsilon_i = M(y_i - y_{RC}) / (IE), \quad y_{RC} = SE / (AE),$$

$$AE = \sum_{i=1}^n b_i t_i E_i, \quad SE = \sum_{i=1}^n b_i t_i E_i y_i$$

$$IE = \sum_{i=1}^n \left[b_i t_i^3 / 12 + b_i t_i (y_i - y_{RC})^2 \right] E_i, \quad E_i = \sigma_i / \varepsilon_i, \quad (6)$$

where M_{ext} is the external bending moment; AE , SE and IE are the area, the first and the second moments of the area multiplied by the secant modulus; n is the total number of layers; b_i and t_i are the width and thickness of the i -th layer, respectively; y_i is the distance of the i -th layer from the top edge of the section (fig. 2b). For the given strains and constitutive laws (fig. 2d. and 2c), stresses and corresponding secant modulus are calculated. The analysis is performed iteratively until convergence of the secant modulus at each layer is reached. Figures 2d and 2e illustrate strain and stress distributions within the layer section model.

Differently from the direct analysis, the inverse technique aims at determining parameters of the model based on the response of the structure. The principles of the inverse technique for deriving stress-strain tension stiffening relationship using test data of RC flexural members have been formulated by the supervisor of the thesis. For given experimental moment-curvature curve, a stress-strain relationship was defined from the equilibrium equations of the axial forces and the bending moments. The layer section model (fig. 2b) was employed for computation of the internal forces. The analysis was performed via load (bending moment) increments. The two equilibrium equations were solved for each loading stage yielding a solution for the coordinate of neutral axis and the concrete stress in the extreme tension fiber. Since the extreme fiber had the largest strain, other tension fibers of concrete had smaller strains falling within the portion of the stress-strain diagram which had already been determined (see the third assumption). The average stress-strain relationship of concrete in tension was progressively derived assuming the portions obtained from the previous increments.

The inverse technique was applied for deriving tension-stiffening relationships using the moment-curvature diagrams calculated by the Eurocode. The diagrams were calculated for a number of reinforced concrete sections having different amount of tensile reinforcement ($\rho = A_s/bd = 0,2, 0,4, \dots$, and $2,0$ %), grade of concrete (C20/25, C30/37, C35/45, and C65/75), effective depth ($d/h = 0,75 - 0,975$), and modulus of elasticity of steel (170, 190, and 210 GPa). The ratio of the area of compressive and tensile reinforcement, was taken to be 0,25.

For the above model parameters, 450 moment-curvature diagrams were generated. For each of them, tension-stiffening relationship was obtained. Some of the calculated diagrams are shown in Figure 3. A regression analysis performed has shown that the tension-stiffening relationships significantly (in statistical sence) depend on the reinforcement ratio ρ and the reinforcement and concrete modulus ratio n . The analysis has resulted in the following expression for modeling tension-stiffening:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{0,5}}, \quad A = 0,76 + 0,165 \rho n. \quad (7)$$

In Chapter 3, a simple technique has been proposed for curvature analysis of RC members. As shown in Figure 3, moment-curvature diagram consists of two linear parts. In the first part (uncracked state) curvature is calculated using classical formulae of strength of materials:

$$\kappa_{el} = \frac{M}{E_c I_{el}}. \quad (8)$$

In the second part (cracked state), curvature is calculated by linear interpolation between two characteritic points A and B where B is the curvature obtained by the Eurocode at $0,6M_u$. This stage is represented by the following formula:

$$\kappa = \frac{M_{cr}}{E_c I_{el}} + \frac{M - M_{cr}}{E_c I_{el} \gamma}, \quad (9)$$

Here I_{el} is the moment of inertia of uncracked section; E_c is the modulus of elasticity of concrete.

Fig. 3. Moment-curvature diagram for reinforced concrete bending member

Factor γ is calculated from the following expression:

$$\gamma = -0,033 - 0,354d/h - 0,092 \ln\left(\frac{\rho n}{d/h}\right) + 0,436d/h(\rho n)^{0,4}. \quad (10)$$

A statistical analysis performed has shown an adequate accuracy of the simplified technique proposed. The extreme curvature prediction errors have not exceeded 10%.

4. Numerical and comparative calculations using proposed materials models

This Chapter presents statistical analysis on accuracy of short – term deformation predictions using the proposed constitutive laws and other techniques. The first part of the chapter is dedicated to the analysis of tensile members, whereas the second part is dealing with flexural members.

The calculation of deflections for both tensile and flexural members is done introducing ten levels of loading intensity $P' = 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9$ and $1,0$, where P' is estimated according to the formula:

$$P' = (P - P_{cr}) / (P_u - P_{cr}), \quad (11)$$

where P_{cr} is cracking force; P_u is ultimate force.

Accuracy of the predictions was estimated by means of a relative $\Delta_{i,k}$ calculated at each load level P' for each experimental member:

$$\Delta_{i,k} = \delta_{calc} / \delta_{obs}, \quad i=1, 2, 3, \dots, 10. \quad (12)$$

The analysis of tensile members was based on the following models and methods: CEB-FIP, Hsu, Collins and Mitchell, Fields and Bischoff. The statistical analysis of deformation calculation accuracy of tensile RC members has been performed for the 293 experimental output points. The analysis has shown that deformations of tensile RC members calculated according to the Eurocode technique was significantly less than experimental. For lightly reinforced members ($\rho \leq 1,5\%$) at the loading stage close to cracking, the obtained deformations on average reached 40 % of experimental values (when concrete shrinkage was not taken into account). Relative mean error varied in the range of 0,40–0,57, in every loading level, whereas for the members with high reinforcement ratio relative error was less, i.e. 0,58–0,80. Good agreement with experimental data was reached after elimination of concrete shrinkage. Relative mean error varied in the following range: for lightly reinforced members ($\rho \leq 1,5\%$) 0,70–0,79 and for the members with high reinforcement ratio 0,86–0,99. Relative mean error applying the methods, proposed by other authors, varied in the following range: 0,64–0,70 (CEB-FIP), 0,74–1,12 (Hsu), 0,64–0,85 (Collins and Mitchell), 0,83–0,92 (Fields and Bischoff). The following results were obtained for the members with high reinforcement ratio ($1,5\% < \rho$): 0,77–0,85 (CEB-FIP), 0,85–1,08 (Hsu), 0,76–0,91 (Collins and Mitchell), 0,85–0,94 (Fields and Bischoff).

The Chapter also deals with the statistical analysis of deflection calculation accuracy of flexural RC members, applying the following models and methods: Eurocode 2, ACI 318, SP 52-101, CEB-FIP, STR 2.02.02:2005, Collins and Mitchell, Fields and Bischoff. The experimental data of 40 RC beams (400 points of deflection) was used. Accuracy of the predictions varied significantly within different intervals of reinforcement ratio and load intensity. Significant errors in terms of mean deviation were obtained for lightly reinforced beams ($\rho < 0,5\%$). The relative mean error for different methods varied in the following range: 0,97–1,74 (*Eurocode 2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,94–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*), 0,81–1,33 (*Collins and Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields and Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*), 0,96–1,75 (proposed tension-stiffening model for flexural RC elements, *model a*), 1,05–1,69 (proposed simplified curvature calculation method, *model b*). Whereas the relative mean error for the beams with average and high reinforcement ratio ($\rho > 1,0\%$) was: 0,88–1,05 (*Eurocode 2*), 0,86–1,07 (*SP52-101*), 0,97–1,03 (*STR 2.05.05:2005*), 0,83–0,87 (*CEB-FIP*), 0,86–0,90 (*Collins and Mitchell*), 0,91–1,03 (*Fields and Bischoff*), 0,89–0,90 (*Hsu*), 0,91–1,08 (proposed tension-stiffening model for flexural RC elements, *model a*), 0,91–0,94 (proposed simplified curvature calculation method, *model b*).

The results of this study have shown that tension stiffening models for tensile and flexural RC elements are different. The predictions were over estimated up to 40 % while employing tensile element model for the analysis of flexural members. The errors increase with the decreasing reinforcement ratio.

General conclusions

1. Main disadvantage of Eurocode design code method is their limited application regarding the structural shape and loading cases. The numerical methods can be applied for calculating of deformations of such elements, in which nonlinear material models are evaluated. Stress-strain model for cracked tensile concrete (tension-stiffening) has great influence on deformation calculation. Unfortunately, this model do not submitted in Eurocode, but only stress-strain diagram of compressive concrete are given. Therefore designers cannot perform stress-strain state analysis of complicated structures using numerical methods according the Eurocode.

2. Usually tension-stiffening models were derived from tension test and then applied for deflection calculation of reinforced concrete beams. Errors in calculated deflections using these models may be of low accuracy. In this thesis tension-stiffening models were obtained from reinforced concrete flexural and tension members, wich allow predicting deformations with accordance to the Eurocode provisions. The algorithm proposed by the supervisor of the thesis was used for determining an average stress-average strain relationship from moment-curvature diagram.

3. The proposed tension-stiffening models consist of two branches: elastic ascending and descending, which corresponds to cracked concrete behaviour. The shape of descending branch mostly depends on concrete tensile strength, reinforcement steel and concrete modular ratios.

4. The proposed tension-stiffening laws have been introduced into the layer section model for predicting tensile deformations and curvatures of reinforced concrete elements. The calculation errors both for tension and bending members not exceed 1 %.

5. Research result has shown that tension-stiffening models for reinforced concrete tension and bending members are different. About 40 % error has been obtained using tension-stiffening model for bending members, which was derived from tension members. Errors increase with reducing in reinforcement ratio.

6. The accuracy of statistical analysis on deformation of reinforced concrete tension members has been performed for the 293 experimental output points. The analysis has shown that reinforcement ratio and load intensity have influence on accuracy of the predictions. Relative mean error for lightly reinforced members varied in the following range: 0,64–0,70 (*CEB-FIP*), 0,74–1,12 (*Hsu*), 0,64–0,85 (*Collins and Mitchell*), 0,83–0,92 (*Fields and Bischoff*). The following results were obtained for the members with high reinforcement ratio ($\rho > 1,5\%$): 0,77–0,85 (*CEB-FIP*), 0,85–1,08 (*Hsu*), 0,76–0,91 (*Collins and Mitchell*), 0,85–0,94 (*Fields and Bischoff*).

7. Deformations of reinforced concrete tension members calculated according the Eurocode technique was significantly less than experimental. Obtained deformations were reached at average 39,6 % of experimental values for lightly reinforced members ($\rho \leq 1,5\%$), not taking into account concrete shrinkage, at loading stage close to cracking. Relative mean error varied in the following range 0,40–0,57. Whereas error for the members with high reinforcement ratio was lesser: 0,58–0,80. The obtained results were well-agreed with experimental data, when concrete shrinkage was eliminated. Relative mean error varied in the following range: for lightly reinforced members ($\rho \leq 1,5\%$) 0,70–0,79 and for the members with high reinforcement ratio 0,86–0,99.

8. Accuracy of the predictions varied significantly within different intervals of reinforcement ratio and load intensity. Significant errors in terms of mean deviation were obtained for lightly reinforced beams ($\rho < 0,5\%$). Relative mean error for different methods varied in the following range: 0,97–1,74 (*Eurocode 2*), 0,93–2,32 (*SP52-101*), 0,94–1,90 (*STR 2.05.05:2005*), 0,64–1,27 (*CEB-FIP*), 0,81–1,33 (*Collins and Mitchell*), 0,66–1,90 (*Fields and Bischoff*), 0,92–1,26 (*Hsu*), 0,96–1,75 (*model a*), 1,05–1,69 (*model b*). Whereas maximal error for the beams with average and high reinforcement ratio ($\rho > 1,0\%$) was: 0,88–1,05 (*Eurocode 2*), 0,86–1,07 (*SP52-101*), 0,97–1,03 (*STR 2.05.05:2005*), 0,83–0,87 (*CEB-FIP*), 0,86–0,90 (*Collins and Mitchell*), 0,91–1,03 (*Fields and Bischoff*), 0,89–0,90 (*Hsu*), 0,91–1,08 (*model a*), 0,91–0,94 (*model b*).

Priedai¹

A priedas. Eksperimentinių tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos-deformacijų ir tempiamojo sustandėjimo diagramos

B priedas. Skaitinių ir palyginamųjų skaičiavimų taikant pasiūlytuosius medžiagų modelius gauti rezultatai

C priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijų medžiagą disertacijoje

D priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos

¹Priedai pateikiami pridėtoje kompaktinėje plokštelėje

Rokas Girdžius

BETONO TEMPIAMOJO SUSTANDĖJIMO
MODELIS ATITINKANTIS EURONORMŲ
NUOSTATAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
statybos inžinerija (02T)

Rokas Girdžius

TENSION-STIFFENING MODEL FOR
REINFORCED CONCRETE MEMBERS
ACCORDING EUROCODE

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Civil Engineering (02T)

2011 11 27. 10,75 sp. l. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
<http://leidykla.vgtu.lt>
Spausdino UAB „Ciklonas“
J. Jasinskio g. 15, 01111 Vilnius