VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Asta DRUKTEINIENĖ

NANOMETRŲ SKYROS JUDANČIŲ DAUGIAMAČIŲ PJEZOROBOTŲ TRAJEKTORIJŲ FORMAVIMAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
INFORMATIKOS INŽINERIJA (07T)

Vilnius LEIDYKLA
TECHNIKA 2011

Disertacija rengta 2008–2011 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Mokslinis vadovas

prof. habil. dr. Genadijus KULVIETIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, technologijos mokslai, informatikos inžinerija – 07T).

VGTV leidyklos TECHNIKA 1907-M mokslo literatūros knyga
<http://leidykla.vgtu.lt>

ISBN 978-9955-28-970-8

© VGTV leidykla TECHNIKA, 2011

© Asta, Drukteinienė, 2011

astad@it.su.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Asta DRUKTEINIENĖ

TRAJECTORIES FORMATION FOR MOBILE MULTIDIMENSIONAL PIEZOROBOTS WITH NANOMETER RESOLUTION

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
INFORMATICS ENGINEERING (07T)

Vilnius LEIDYKLA
TECHNIKA 2011

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2008–2011.

Scientific Supervisor

Prof Dr Habil Genadijus KULVIETIS (Vilnius Gediminas Technical University, Technological Sciences, Informatics Engineering – 07T).

Reziumė

Pjezoelektriniai judesio keitikliai – rezonansinės sistemos, kurių veikimo principas pagrįstas aukšto dažnio virpesių žadinimu. Disertacijoje tiriamieji pjezorobotai neturi papildomų judesį generuojančių struktūrų, o tik tiesioginius kontakto su statine plokštuma taškus. Kadangi judesio trajektorija yra laužyta, klasikiniai trajektorijų formavimo metodai netinka. Pagrindinis tyrimo objektas yra judesio trajektorijų formavimo metodai. Pagrindinis disertacijos tikslas – sukurti precizinių daugiamačių pjezorobotų judesio trajektorijų formavimo algoritmus. Sukurtų algoritmų taikymo sritis – pjezorobotų judesio modeliavimo ir valdymo programinė įranga.

Darbe sprendžiami šie pagrindiniai uždaviniai: pjezorobotų konstrukcijų, veikimo principų bei judesio trajektorijų formavimo metodų analizė; pjezorobotų judesio trajektorijų formavimo algoritmų kūrimas atsižvelgiant į elektrodų segmentų žadinimo schemas. Siekiant išanalizuoti sukurtais algoritmais suformuotas judesio trajektorijas, atliekamas judesio trajektorijų kiekybinių charakteristikų tyrimas.

Disertaciją sudaro įvadas, trys skyriai, rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašai ir šeši priedai.

Įvadiniamе skyriuje formuluojama problema, aptariamas darbo aktualumas, aprašomas tyrimų objektas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašoma tyrimų metodika, darbo mokslinis naujumas, darbo rezultatų praktinė reikšmė, ginamieji teiginiai. Įvado pabaigoje pristatomos disertacijos tema autoriaus paskelbtos publikacijos ir pranešimai konferencijose bei disertacijos struktūra.

Pirmajame skyriuje analizuojama literatūra apie pjezoelektrinius judesio keitikius naudojančius judančius robotus, išanalizuotos jų struktūros bei veikimo principai. Pateikti klasikiniai judesio trajektorijų formavimo metodai. Skyriaus pabaigoje formuluojamos išvados.

Antrajame skyriuje formuluojamas pjezoroboto judesio trajektorijos formavimo uždavinys. Pateikiami detalūs trajektorijų formavimo algoritmų aprašymai bei matematinio modelio realizavimo rezultatai.

Trečiajame skyriuje tiriamos sukurtais algoritmais suformuotų judesio trajektorijų kiekybinės charakteristikos. Pasiūlyta metodika nustatant mažiausią judesio trajektorijos atsilenkimą nuo planuojamos trajektorijos bei parenkant optimalų pjezoroboto orientacijos kampą.

Disertacijos tema paskelbti 6 straipsniai: trys – straipsnių rinkiniuose, įtrauktuose į Thomson ISI sąrašą, du – konferencijų medžiagoje, referuotose Thomson ISI duomenų bazėje, vienas – recenzuojamame konferencijų leidinyje. Disertacijos tema perskaityti 6 pranešimai Lietuvos bei tarptautinėse konferencijose.

Abstract

Piezoelectric actuators are resonance systems operating principles based on high-frequency oscillations excitation, are used in structures of robots. Observed piezorobots have no additional motion generating structures, but only direct contact points with the static plane. Piezorobot motion trajectory is broken lines, therefore, the classical trajectory formation methods cannot be applied. The main object is motion trajectory formation methods. The main aim of this work is to create motion trajectory formation methods for precision multidimensional piezorobots. The application of these algorithms is piezorobot motion simulation and control software.

In order to achieve the objective, the following tasks had to be solved: to analysis of piezorobots designs, operating principles and methods of formation the motion trajectories; creation of motion trajectories formation methods taking into account possible electrode exciting schemes. In order to analyze shaped trajectories, study of motion trajectories of the quantitative characteristics was performed.

The dissertation consists of four parts including Introduction, 3 chapters, Conclusions, References, list of the author's scientific publications on the topic of dissertation and six appendixes .

The introduction reveals the investigated problem, importance of the thesis and the object of research and describes the purpose and tasks of the paper, research methodology, scientific novelty, the practical significance of results examined in the paper and defended statements. The introduction ends in presenting the author's publications on the subject of the defended dissertation, offering the material of made presentations in conferences and defining the structure of the dissertation.

Chapter 1 analyzes literature about robots using piezoelectric motion actuators, analysis of their structure and working principles are presented. Classical trajectory formation methods are introduced. At the end of the chapter, conclusions are given.

In chapter 2 is formulated motion trajectory formation problem. The detailed descriptions of algorithms for trajectories formation and results of mathematical model realizations are presented.

Chapter 3 investigates the quantitative characteristics of the formed trajectories. Methodology for determining the minimal deviation from the planned trajectories and the optimal piezorobot orientation angle are proposed.

6 articles focusing on the subject of the discussed dissertation are published: three articles – in the Thomson ISI data base, two articles – in conference material and scientific papers in Thomson ISI data base, one article – in material reviewed during international conferences. 6 presentations on the subject have been given in conferences at national and international level.

Žymėjimai

Simboliai

x, y – mazgų koordinatės Dekarto koordinačių sistemoje;
 N – mazgų kiekis;
 S_i – i -toji suplanuotos trajektorijos funkcija;
 x_S, y_S – suplanuotos trajektorijos koordinatės;
 ϕ_i – i -tosios tarp mazgų esančios tiesės kampas su x ašimi;
 Tr_i – i -toji judesio kryptis tarp mazgų;
 ε – atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos;
 x_g, y_g – ribinės koordinatės;
 G_i – i -toji ribinė funkcija;
 r – suplanuotos trajektorijos kartojimo kiekis;
 c – pjedoroboto elektrodų segmentų kiekis;
 α – pirmojo elektrodų segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi;
 β – kampas tarp elektrodų segmentų simetrijos ašių;
 J – pjedoroboto elektrodų segmento numeris;
 γ_J – J -tojo elektrodų segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi;
 R_J – J -tojo elektrodų segmento simetrijos ašies judesio kryptis;

$\Delta P_{\min}$ – pjezoroboto judesio skyra;
 ΔP – pjezoroboto poslinkio ilgis;
 $\theta_{\min}$ – pjezoroboto posūkio skyra;
 θ – pjezoroboto posūkio kampas;
 D – pjezoroboto posūkio kryptis (pagal arba prieš laikrodžio rodyklę);
 λ – pjezoroboto posūkio lanko ilgis;
 r_{vid} – vidinis pjezoroboto spindulys;
 d – pjezoroboto kontakto skersmuo;
 x_{km}, y_{km} – m -toji kontrolinio taško koordinatė;
 x_{rl}, y_{rl} – l -toji pjezoroboto judesio koordinatė;
 Kr – tiesės parametrinė lygtis aktyviam segmentui;
 M – pjezoroboto masė;
 ω – pjezoroboto segmentų žadinimo dažnis;
 κ – suplanuotos kreivės kreivis;
 $\bar{\kappa}$ – vidutinis suplanuotos kreivės kreivis;
 σ_{κ} – kreivės kreivio standartinis nuokrypis;
 k – tiesės krypties koeficientas;
 l – pjezoroboto elektrodų segmentų perjungimo numeris.

Santrumpos

BEM – baigtinių elementų metodas;
 LL – laisvės laipsniai.

Turinys

IVADAS.....	1
Problemos formulavimas.....	1
Darbo aktualumas.....	2
Tyrimų objektas.....	2
Darbo tikslas.....	2
Darbo uždaviniai	3
Tyrimų metodika	3
Darbo mokslinis naujumas	3
Darbo rezultatų praktinė reikšmė	4
Ginamieji teiginiai.....	4
Darbo rezultatų aprobavimas.....	4
Disertacijos struktūra.....	5
1. JUDANČIŲ PRECIZINIŲ PJEZOROBOTŲ KONSTRUKCIJŲ ANALIZĖ	7
1.1. Judančių robotų su pjezoelektriniais judesio keitikliais darbų analizė	8
1.2. Pjezorobotų konstrukcijos ir veikimo principai.....	17
1.2.1. Cilindrinio pjezokeitiklio konstrukcija	18
1.2.2. Žiedinio pjezokeitiklio konstrukcija	21
1.2.3. Hemisferinio pjezokeitiklio konstrukcija.....	23
1.2.4. Pjezorobotų veikimo principai.....	26
1.3. Judesio trajektorijų formavimo metodai.....	26
1.3.1. Trajektorijų formavimas polinomais.....	27

1.3.2. Trajektorių formavimas splainais	28
1.3.3. Trajektorių formavimas Kornu spirale	32
1.4. Pirmojo skyriaus išvados	33
2. JUDANČIŲ PJEZOROBOTŲ TRAJEKTORIŲ FORMAVIMO	
ALGORITMAI.....	35
2.1. Pozicionuojamo objekto trajektorių formavimo uždavinys.....	36
2.2. Judesio trajektorijos planavimas.....	39
2.3. Ribinių koordinačių prasmė ir skaičiavimas.....	41
2.4. Trajektorijos formavimas neatliekant sukamojo judesio	45
2.4.1. Kontaktų perjungimo algoritmas	45
2.4.2. Judesio trajektorių formavimas kontaktų perjungimo metodu.....	55
2.4.3. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymas	58
2.5. Trajektorijos formavimo metodai su sukamuoju judesiu	60
2.5.1. Pjezoroboto posūkio apskaičiavimas	60
2.5.2. Trajektorijos formavimas nuo taško prie taško metodu	61
2.5.3. Kontrolinių taškų metodas	63
2.5.4. Liestinių metodas.....	71
2.5.5. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos apskaičiavimas...	77
2.6. Antrojo skyriaus išvados	79
3. SUFORMUOTŲ JUDESIO TRAJEKTORIŲ ANALIZĖ.....	81
3.1. Trajektorijos formavimo metodų patikimumas ir taikymo ribos	82
3.2. Judesio trajektorių suformuotų kontaktų perjungimo metodu kiekybinė analizė	84
3.2.1. Pjezoroboto optimalaus orientacijos kampo parinkimo tyrimas	84
3.2.2. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymo tyrimas.....	92
3.2.3. Kontaktų perjungimo kiekio tyrimas	97
3.3. Judesio trajektorių lyginamoji analizė.....	99
3.3.1. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymo tyrimas	99
3.3.2. Kontaktų perjungimo kiekio palyginimas	102
3.3.3. Judesio trajektorijos tikslumo tyrimas	106
3.4. Trečiojo skyriaus išvados	111
BENDROSIOS IŠVADOS	113
LITERATŪRA IR ŠALTINIAI.....	115
AUTORIAUS PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS	123
PRIEDAI.....	125
A priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota kontaktų perjungimo metodu atvira trajektorija	125

B priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontaktų perjungimo metodu suformuota uždara trajektorija.....	128
C priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontrolinių taškų metodu suformuota trajektorija	129
D priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant liestinių metodu suformuota trajektorija	131
E priedas. Mažiausių poslinkio kampų reikšmės ir kontrolinių taškų kiekis.....	132
F priedas. Suformuotų judesio trajektorijų tikslumų reikšmės	133

Contents

INTRODUCTION	1
Formulation of the Problem	1
Topicality of the Work	2
The Object of Research	2
The Aim of the Work	2
The Tasks of the Work	3
The Methodology of Research	3
The Scientific Novelty	3
Practical Value	4
The Defended Propositions	4
Approval of the Working Results	4
Dissertation Structure	5
 1. ANALYSIS OF HIGH PRECISION MOBILE PIEZOROBOTS	
CONSTRUCTIONS	7
1.1. Analysis of the Works of Mobile Robots With Piezoelectric Transducers	8
1.2. Design And Operating Principles of Piezorobots	17
1.2.1. Construction of the Piezoelectric Cylinder	18
1.2.2. Construction of the Piezoelectric Ring	21
1.2.3. Construction of the Piezoelectric Hemispheric	23

1.2.4. Operating Principles of Piezorobots	26
1.3. Motion Trajectories Formation Methods.....	26
1.3.1. Trajectories Formation Using Polynomials	27
1.3.2. Trajectories Formation Using Splines	28
1.3.3. Trajectories Formation Using Cornu Spiral.....	32
1.4. Conclusions of the First Chapter	33
 2. TRAJECTORIES FORMATION ALGORITHMS FOR MOBILE PIEZOROBOTS.....	 35
2.1. Positioned Object Trajectories Formation Problem	36
2.2. Planning of Motion Trajectories.....	39
2.3. Meaning And Calculation of Marginal Coordinates.....	41
2.4. Trajectory Formation Without Rotary Motion	45
2.4.1. Switching Contacts Algorithm.....	45
2.4.2. Motion Trajectory Formation Using Switching Contacts Method.....	55
2.4.3. Research of Minimum Deviation From Planned Trajectory Determination	 58
2.5. Trajectory Formation With Rotary Motion	60
2.5.1. Calculation of the Piezorobot Rotation Angle	60
2.5.2. Trajectory Formation Using Point-to-Point Method.....	61
2.5.3. Control Points Method.....	63
2.5.4. Tangents Method	71
2.5.5. Calculation of the Minimal Deflection From Planned Trajectory	77
2.6. Conclusions of the Second Chapter.....	79
 3. FORMED MOTION TRAJECTORIES ANALYSIS	 81
3.1. The Reliability And the Limits to the Use of Trajectory Formation Methods ..	82
3.2. Quantitative analysis of Motion Trajectories Formed Using Switching Contacts method	 84
3.2.1. Investigation of the Optimal Piezorobot Orientation Angle Selection...	84
3.2.2. Research of Determination of Minimal Deflection From Planned Trajectory.....	 92
3.2.3. Analysis of Contacts Switching Quantity	97
3.3. The Comparative Analysis of Motion Trajectories	99
3.3.1. Analysis of Determination of Minimal Deflection From Planned Trajectory.....	 99
3.3.2. Comparison of Amount of Switching Contacts	102
3.3.3. Investigation of Motion Trajectory Accuracy.....	106
3.4. Conclusions of the Third Chapter.....	111
 GENERAL CONCLUSIONS	 113
REFERENCES	115

LIST OF THE AUTHOR’S SCIENTIFIC PUBLICATIONS ON THE TOPIC OF DISSERTATION.....	123
APPENDIXES.....	125
Appendix A. Motion Parameters of Piezorobot for Formed Open Trajectory Using Contact Switching Method	125
Appendix B. Motion Parameters of Piezorobot for Formed Close Trajectory Using Contact Switching Method	128
Appendix C. Motion Parameters of Piezorobot for Formed Trajectory Using Control Points Method	129
Appendix D. Motion Parameters of Piezorobot for Formed Trajectory Using Tangents Method	131
Appendix E. Values of Minimum Rotation Angles And Quantity of Control Points	132
Appendix F. Accuracy Values of Formed Motion Trajectories	133

Įvadas

Problemos formulavimas

Daugelį metų valdymo sistemų inžinieriai siekia padidinti ar pakeisti mechaninių sistemų efektyvumą. Daugeliu atveju tokių sistemų funkcionalumo palaikymas negalimas be elektronikos. Tobulėjant apdorojimo sistemoms ir didėjant programinės įrangos kūrimo įgūdžiams, susidarė galimybė kurti mechatroninius įrenginius, kuriuose apjungiamos įvairios mokslo sritys: mechanika, elektronika, informatikos inžinerija, medžiagų inžinerija. Sistemų teorija, valdymo teorija ir informacijos teorija yra technologijų integravimo tarp šių sričių metodikos.

Mechatronika glaudžiai susijusi ir su robotika – autonominių robotų projektavimas, modeliavimas, konstravimas, gamyba ir pritaikymas. Tai įrenginiai, kurie gali atlikti konkrečias automatines užduotis, tačiau jų elgesys priklauso nuo valdančiojo žmogaus ar kompiuterio. Prie tokių įrenginių priskiriami robotai manipulatoriai, judantys robotai. Jau nieko nestebina, kad pramonės įmonėse naudojamos robotizuotos gamybos linijos.

Mokslininkai nuolat siekia kurti autonominius robotus gebančius savarankiškai judėti erdvėje ir atlikti paskirtas užduotis. Todėl pirmas tokios autonominės sistemos kūrimo etapas – judesio trajektorijų formavimas.

Judesio trajektorijų formavimui naudojami klasikiniai interpoliavimo metodai, kurių rezultatai – funkcijos aprašančios judančio objekto būsenas tam tikru laiko momentu. Šie metodai taikomi robotams turintiems ratus, kojas ar kitas dinamines dalis.

Vis dažniau robotų konstrukcijose naudojami pjezoelektriniai judesio keitikliai, kuriuos galima apibūdinti kaip rezonansines sistemas, kurių veikimo principas pagrįstas aukšto dažnio virpesių žadinimu. Tiriamieji pjezorobotai neturi papildomų judesį generuojančių struktūrų, o tik tiesioginius kontakto su statine plokštuma taškus. Jų judesio trajektorija – laužtė. Todėl klasikiniai trajektorijų formavimo metodai netinka ir iškyla problema, kaip aprašyti tokio įrenginio judesio trajektoriją.

Disertacijoje numatoma atlikti pjezorobotų konstrukcijų bei veikimo principų analizę ir spręsti šių įrenginių judesio trajektorijų formavimo problemą.

Darbo aktualumas

Tiriant pjezoelektrinius judesio keitikius, pastebėta, kad trijų laisvės laipsnių žiediniai, cilindriniai ir hemisferiniai pjezoelektriniai judesio keitikliai tinkami pozicionavimui dviejų dimensijų plokštumoje. Šie judantys pjezorobotai išsiskiria iš kitų robotų dideliu tikslumu (~ 1 nm), mažais matmenimis, nedidele mase ir energijos sąnaudomis.

Pjezorobotų judesio trajektorijų formavimo uždavinys tapo dar labiau aktualus, pastebėjus, kad šie įrenginiai gali ne tik judėti dvimatėje erdvėje, bet ir nepakeičiant judesio parametrų, pernešti didesnės masės objektus ar turėti manipuliavimo objektais aparatą. Tokios pjezorobotų panaudojimo galimybės yra ypač aktualios pramonės įmonėse, kur reikalinga atlikti tikslus nanometrų skyros veiksmus, o žmogaus galimybės tokiaime procese yra labai ribotos.

Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektas – judesio trajektorijų formavimo algoritmai.

Darbo tikslas

Šio darbo pagrindinis tikslas sukurti precizinių daugiamačių pjezorobotų judesio trajektorijų formavimo algoritmus.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti reikia spręsti šiuos uždavinius:

1. Atlikti literatūros analizę apie pjezorobotų konstrukcijas, veikimo principus bei judesio trajektorijų formavimo metodus.
2. Sukurti pjezorobotų judesio trajektorijų formavimo algoritmus atsižvelgiant į elektrodų segmentų žadinimo schemas.
3. Atlikti sukurtais algoritmais suformuotų judesio trajektorijų kiekybinių charakteristikų tyrimą.

Tyrimų metodika

Literatūros analizė atlikta tiriant pjezorobotų konstrukcijas ir veikimo principus, trajektorijų formavimo metodus. Matematinio modeliavimo metodai taikomi skaitinių algoritmų sudarymui ir analizei. Lyginamosios analizės metodai naudoti tiriant suformuotų trajektorijų kiekybines charakteristikas. Apibendrinant gautus rezultatus ir pateikiant praktines rekomendacijas buvo taikomi apibendrinimo metodai.

Darbo mokslinis naujumas

Rengiant disertaciją buvo gauti šie informatikos inžinerijos mokslui nauji rezultatai:

1. Pasiūlytas pirmasis judesio trajektorijos formavimo algoritmas su integruotais klasikiniiais trajektorijų formavimo metodais planuojant judesio trajektoriją pjezorobotui su tiesioginiais kontaktų taškais.
2. Sukurti nauji analogų neturintys precizinių pjezorobotų trajektorijų generavimo metodai, formuojant įvairaus tipo trajektorijas, žadinant elektrodus skirtingomis elektrodų žadinimo schemomis ir esant įvairiam elektrodų segmentų kiekiui. Judesio trajektorijos generavimas atliekamas įvertint pjezorobotų tiesiaieigio judesio ir posūkio skyrą.
3. Sukurtas trajektorijų formavimo metodas, leidžiantis projektuoti ir analizuoti autonomines sistemas, judančias dviejų dimensijų plokštumoje.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Gauti tyrimų rezultatai pateikti aukštųjų technologijų programoje „Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių poslinkių generavimo/matavimo sistemų kūrimas ir tyrimas“ (Nr. B-07017), mokslinių tyrimų projekte „Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių robotizuotų įtaisų modeliavimas ir valdymas“ (Nr. MIP-122/2010).

Judesio trajektorijų formavimo algoritmas gali būti taikomas pjezorobotų elgseną modeliuojančiai programinei įrangai. Algoritmo rezultatai leidžia spręsti pjezorobotų judesio valdymo uždavinius.

Ginamieji teiginiai

1. Pristatytasis kontaktų perjungimo metodas, parinkus optimalų pjezoroboto orientacijos kampą, tinkamas trajektorijų sekimo uždaviniams spręsti.
2. Sukurtasis liestinių metodas tinkamas formuoti judesio trajektorijas, kuriomis pjezoroboto vidutinis judėjimo greitis būtų didžiausias.
3. Pasiūlytieji nuo taško prie taško ir kontrolinių taškų metodai tinkami formuoti aukšto tikslumo judesio trajektorijas.
4. Judesio trajektorijų formavimo metodų taikymas leidžia modeliuoti pjezorobotų elgseną.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema yra atspausdinti 6 moksliniai straipsniai: trys – mokslo žurnaluose, įtrauktuose į Thomson ISI sąrašą (Drukteinienė 2009, 2010); trys – recenzuojamuose tarptautinių konferencijų medžiagose (Drukteinienė 2009, 2010, 2011).

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti šešiose mokslinėse konferencijose:

- Respublikinėje konferencijoje „*Lietuvos matematikų draugijos 50-oji konferencija*“ 2009 m. Vilniuje;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Vibroengineering*“ 2009 m., Klaipėdoje;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Mechatronic Systems and Materials*“ 2009 m. Vilniuje, 2011 m. Kaune;

- Tarptautinėje konferencijoje „*Information Technologies*“ 2010, 2011 m., Kaune.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, trys skyriai ir rezultatų apibendrinimas. Taip pat yra šeši priedai.

Darbo apimtis yra 124 puslapiai, neskaitant priedų, tekste panaudota 70 numeruotų formulių, 97 paveikslai ir 11 lentelių. Rašant disertaciją buvo panaudota 100 literatūros šaltinių.

Judančių precizinių pjezorobotų konstrukcijų analizė

Pagrindinė robotų konstrukcijos dalis yra mechaninė sistema. Judančių robotų mechaninė sistema sudaryta iš judėjimo mechanizmo (pvz., ratai, kojos ir pan.). Taip pat šie robotai gali turėti ir manipuliavimo objektams aparatą (Siciliano, Khatib 2008). Mechaninei sistemai dinamiškai keistis bei judėti erdvėje padeda judesio keitikliai – mechaniniai įrenginiai verčiantys vienos energijos rūšį į kitos rūšies energiją (Siciliano, et al. 2009). Judesio keitikliai, kurių pagrindą sudaro pjezokeraminės medžiagos, vadinami pjezoelektriniais judesio keitikliais (Siciliano, Khatib 2008). Pjezokeraminės medžiagos – tai netiesiniai kietieji tirpalai, sudaryti iš segnetoelektrinių kristalinių junginių (Jalili 2009). Jos turi griežtą domenų orientaciją t. y. liekamąją poliarizaciją. Pjezokeramika struktūriškai apibūrinama kaip nevienalytė polikristalinė sistema. Ją sudarantys kristalai (grūdai) priklauso nuo medžiagos formavimo sąlygų ir dažniausiai turi skirtingus matmenis, formą, o kartais net ir defektus kristalinėse gardelėse. Pjezokeraminės medžiagos yra polikristalai, turintys jonizuotą, asimetrinę kristalinę gardelę. Kadangi pjezokeramikos kristalinė gardelė neturi simetrijos centro, tai pjezokeramika pasižymi liekamąja poliarizacija, pjezoefektu ir kitomis savybėmis (Newnham 2005). Pjezoelektrinių judesio keitiklių veikimo principas pagrįstas medžiagos, iš kurios pagamintas keitiklis, savybių panaudojimu (Nitaigour 2003). Būtent šiuose medžiagose pasireiškia tiesioginis ir atvirkštinis

pjezoelektrinis efektas. Tiesioginis pjezoelektrinis reiškiny pasireiškia tuo, kad, veikiant mechaninei jėgai, pjezoelektrikas poliarizuojasi ir ant jo sudarytuose elektroduose atsiranda elektriniai krūviai, atvirkštinis – tuo, kad elektrinis laukas sukelia pjezoelektriko deformacijas (Vives, Arnau 2004). Panaudojant atvirkštinio pjezoepekto reiškinį, pjezoelektriniai keitikliai transformuoja žadinančių elektrinių signalų energiją į mechaninę energiją (Snis 2008).

Šiame skyriuje analizuojami judantys robotai, kurių judesio keitikius sudaro pjezoelektrinės medžiagos. Analizuojami užsienio mokslininkų atlikti darbai kuriant robotų su pjezoelektriniais judesio keitikliais konstrukcijas. Pateikiami Kauno technologijos universitete sukurtų pjezorobotų konstrukcijos ir veikimo principai. Analizuojami judesio trajektorijų formavimo metodai, kurie galėtų tirti tiriamų pjezorobotų trajektorijų generavimui.

1.1. Judančių robotų su pjezoelektriniais judesio keitikliais darbų analizė

Septintajame dešimtmetyje, įsisavinus pjezomedžiagų sintezės ir gamybos technologijas, atsirado reali galimybė kurti pjezomechaninius įrenginius. Tuo metu buvo pradėti ir intensyvūs pjezokeraminių judesio keitikių tyrimai. Pirmieji tokiais tyrimais susidomėjo JAV mokslininkai L. Williams ir W. Brown, kurie 1948 metais užpatentavo pjezoelektrinį variklį (Williams, Brown 1948).

1963 m. rusų mokslininkas M. E. Archangelskij pirmasis suformulavo teorinius principus, kaip pakeisti tampriojo strypo virpesius į kontaktuojančio kūno sukamąjį arba tiesiaeių judesį. Jis analizavo strypo virpesius, teigdamas, jog egzistuoja strypo išilginių ir lenkimo virpesių superpozicija, ko pasekoje strypo kontakto taškas juda elipsės formos trajektorija ir gaunamas pertraukiamo tipo mechaninis kontaktas (Snitka, *et al.* 1996).

Panaudojant ultragarsiniuose varikliuose naudojamą bėgančios bangos principą, buvo sukurta įvairių vaikščiojančių mobilių robotų su pjezoelektriniais judesio keitikliais. Traukimo ir slydimo (angl. stick and slip) koncepcijos panaudojimas, kaip roboto judėjimo principas, pirmą kartą buvo pristatytas 1986 metais vokiečių mokslininko K. Besocke. Robotas atliko operacijas mikroskope skenuojančiam paviršių atomo lygmeniu (Besocke 1986). Naudojant šį principą buvo sukurta įvairaus dizaino mobilių pjezorobotų (Eigoli, Vossoughi 2010). Vienas iš tokių robotų vadinamų SPIDER-II pristatytas 1997 metais vokiečių mokslininkų U. Rembold ir S. Fatikov. Šiam robotui panaudoti devyni pjezoelektriniai bimorfiniai judesio keitikliai, kurie veikia tarsi roboto kojos (Rembold, Fatikow 1997). Klasikinis pjezoelektrinis bimorfinis judesio keitiklis paprastai sudarytas iš trijų sluoksnių: pjezokeramika, plonas metalo sluoksniu ir vėl pjezokeramika (Ajitsaria, *et al.* 2007; Corey, Hudspeth 1980).

9 dešimsmėčio pabaigoje JAV buvo vykdomas *NanoWalker* projektas, kurio pagrindinis tikslas – sukurti mikro įrenginį gebantį bendradarbiauti, savarankiškai judėti ir atlikti operacijas mažu masteliu, pavyzdžiui pernešti ląsteles ar jungti atomus (Martel, *et al.* 2001). Projekte dalyvavusių mokslininkų sukurtas pjezorobotas turi tris kojas, išdėstytas piramidės principu (1.1 pav.). Toks sprendimo būdas pasirinktas dėl stabilumo išlaikymo judėjimo metu. Pjezorobotas yra nuolat tobulinamas, tyrinėjamas jo judėjimas šokinėjant ant vibruojančios platformos (Nguyen, Martel 2006, 2007).

1.1 pav. NanoWalker pjezorobotas: a) prototipas; b) judėjimo principas (Nguyen, Martel 2006, 2007)

Fig. 1.1. NanoWalker piezobot: a) prototype; b) principle of moving (Nguyen, Martel 2006, 2007)

Nemažai nuveikė projekto *Miniaturised Robot for Micro Manipulation* (Miniman) mokslininkai iš įvairių Europos universitetų (Miniman 2002). 2000 m. buvo pristatytas robotas pavadinimu MINIMAN III (Woern, *et al.* 2000), sudarytas iš platformos su trimis pjezo „kojomis“, kurios žadinant elektrodus skirtinga įtampa išlinkdavo bet kuria kryptimi. Šio pjezoroboto judėjimas įgyvendintas panaudojant traukimo ir slydimo principus. Esant žadinimo dažniui 5 kHz, didžiausias roboto greitis 30 mm/s, judesio tikslumas apie 20 nm (Woern, *et al.* 2001).

2002 metais to paties projekto mokslininkai U. Simu, S. Johansson ir kt. pristatė robotą MINIMAN V (1.2 pav.), sudarytą iš dviejų monolitinių pjezokeraminių dalių, kurios sudėtos viena su kita nugaromis. Apatinė dalis skirta judėjimui plokštumoje. Ant viršutinės dalies dedamas rutulys su privirtintu specialiu galu darbui su objektais. Kiekvienoje pjezokeraminėje dalyje yra po 6 kojas, kurios juda keturiomis statmenomis kryptimis (Miniman 2002; Simu 2002; Simu, Johansson 2002, 2006; Woern, *et al.* 2001). Trys kojos reikalingos roboto stabilumui, o kitomis trimis kojomis, naudojant traukimo ir slydimo principą, robotas juda (Felso 2000; Simu, Johansson 2002).

1.2 pav. Mikroroboto MINIMAN V prototipas $10 \times 10 \times 22 \text{ mm}^3$
(Miniman 2002)

Fig. 1.2. Prototype of micro robot MINIMAN V $10 \times 10 \times 22 \text{ mm}^3$
(Miniman 2002)

Šie robotai buvo pritaikyti atlikti tikslumo reikalaujančias užduotis įvairaus tipo mikroskopuose. Tačiau vienas iš šių robotų trūkumų, kad reikalingi 24 kanalai valdymui (4 kanalai vienai kojai), t. y. 12 kanalų judėjimo valdymui ir dar 12 kanalų manipulatoriaus valdymui (Driesen 2008).

Remiantis projekto MINIMAN rezultatais 2002 metais kitame Europos projekte MiCRoN (Estaña, Woern 2007) dalyvaujantis švedų mokslininkas N. Snis pademonstravo naują kvazistatinį judėjimo su pjzoelektriniaus bimorfniais judesio keitikliais mechanizmą (1.3 pav.) (Snis 2008).

1.3 pav. MiCRon pjzoroboto judėjimo aparato modulis su keturiomis bimorfinėmis kojomis (Snis 2008)

Fig. 1.3. Motion apparatus module with four bimorph legs of piezoelectric robot MiCRon (Snis 2008)

Šis robotas yra trijų laisvės laipsnių: generuojamas tiesiaiegis roboto judėjimas x y ašimis, atliekamas objekto posūkis. Didžiausias roboto greitis 0,75 mm/s.

Vėliau mokslininkai patobulino šio roboto judėjimo modulį (1.4 pav.). Jį pagamino iš titano, kuriame lazeriu išpjaustė lanksčią struktūrą. Ketrios pjezo-keramininės plokštės pritvirtintos metalo paviršiuje. Toks judesio keitiklis laikomas heterogeniniu bimorfiniu judesio keitikliu. Naudojamas taip pat slydimo ir traukimo principas (Estaña 2006). Trys roboto kojos pagamintos iš safyrinės medžiagos. Būtent šį judesio keitiklį naudoja ir kiti MiCRoN projekto sukurti robotai (Epfl 2011).

a)

b)

c)

d)

1.4 pav. MiCRon pjezoroboto judėjimo aparatas: a) lankstus titaninis rėmas $10 \times 10 \times 1 \text{ m}^3$; b) judėjimas x ašies kryptimi; c) judėjimas y ašies kryptimi; d) sukamasis judesys (Estaña 2006)

Fig. 1.4. Motion apparatus for MiCRon piezobot: a) flexible titanium frame $10 \times 10 \times 1 \text{ m}^3$; b) movement direction of the x-axis; c) movement direction of the y-axis; d) rotary motion (Estaña 2006)

2002 metais buvo pristatytas dar vienas pjezorobotas su pagalbiniais ratais bei panaudojantis traukimo ir slydimo principus (1.5 pav.) (Varma, Dixon 2002).

1.5 pav. Pjezoroboto: a) modelis; b) prototipas (Varma, Dixon 2002)
Fig. 1.5. The piezorobot's: a) model; b) prototype (Varma, Dixon 2002)

1975 metais užpatentavus naują variklio konstrukciją Inchworm (Piezoelectric Electromechanical Translation Apparatus 1975), buvo pasiūlyta nemažai judančių robotų prototipų naudojančių šį judėjimo principą. Nuo 1992 metų Japonijos mokslininkas H. Aoyama sukūrė ne vieną judantį robotą varomą pjezoelektriniais judesio keitikliais ir elektromagnetiniais griebtuvais (1.6 pav.). Šis mokslininkas pademonstravo tokių robotų taikymo galimybes apdirbimo, valymo, matavimo operacijose. Ypač akcentuojamos tikslios operacijos optiniu bei elektroniniu mikroskopu (Aoyama 1998; Aoyama, Fuchiwaki 2001; Fuchiwaki, Aoyama 2003; Fuchiwaki, *et al.* 2008).

1.6 pav. Universalaus judančio roboto struktūra (Fuchiwaki, Aoyama 2003)
Fig. 1.6. Structure of universal mobile robot (Fuchiwaki, Aoyama 2003)

1994 metais mokslininkas A. Codourey ir kt. pristatė trijų laisvės laipsnių judančius robotus, kurių judesio skyra mažiau nei 10 nm (Codourey, *et al.* 1994).

Mokslininkų T. Koyanagi ir A. Torii sukurti robotai taip pat naudoja variklio Inchworm veikimo principą. Didžiausias linijinis robotų greitis 0,19 mm/s, sukimosi greitis 2 mrad/s (Driesen 2008).

Robotų judėjimui mokslininkai pritaikė stovinčios bangos ultragarsinių variklių veikimo principus. Stovinčioji banga, kaip ir bėgančioji banga, susidaro dėl deformacijų elastingoje struktūroje. Tačiau skirtumas yra tas, kad stovinčioje bangoje mazgai ir viršūnės lieka fiksuotose pozicijose (Driesen 2008).

Tokio tipo judesio keitiklį panaudojo mokslininkas A. Ferreira ir kt. sukurtose pozicionavimo sistemoje, kurioje judėjimo greitis nuo 1 mm/s iki 1 cm/s, o pozicionavimo tikslumas mažiau nei 100 nm (Ferreira, Minotti 1997).

Mokslininkas K. J. Son ir kt. sukūrė dviejų laisvės laipsnių robotą, kurio maksimalus greitis judant į priekį yra 5,86 cm/s, o judant atgal 3,37 cm/s (Son, *et al.* 2006).

Dar vienas nestandartinės struktūros robotas su keturiais pjezoelektriniais judesio keitikliais pasiūlytas V. Crossley ir kt. (1.7 pav.). Panaudojant cilindrinio pjezoroboto judėjimo principus, mokslininkai kūrė sferinį robotą, gebantį ne tik judėti bet kokia trajektorija, bet lipti bei šokinėti (Crossley, *et al.* 2006a, b).

1.7 pav. Cilindrinio pjezoroboto prototipas (Crossley, *et al.* 2006b)

Fig. 1.7. Cylindrical piezobot prototype (Crossley, *et al.* 2006b)

Japonijos mokslininkas K. Tani 1996 metais pasiūlė dinamišką judėjimo mechanizmą (Tani 1996). Sukurto roboto prototipo dydis 38×27×28 mm. Jis susideda iš dviejų vertikalčiai orientuotų pjezoelektrinių bimorfinių judesio keitiklių, kurie veikia kaip kojos. Vibruojant vieną iš dviejų kojų, jos lenkimo metu, robotas siūbuoja pirmyn ir atgal kiekvieną vibracijos ciklą. Tokiu būdu robotas perneša savo kūno svorį nuo aktyvios kojos ant pasyvios. Tačiau toks dinaminis judėjimas turi trūkumų: labai nestabilus dėl masių pasikeitimo, trinties parametrų, žadinimo dažnio (Driesen 2008).

Pjezoelektriniai varikliai pradėti tirti ir Lietuvoje jau 1969 metais. Kauno technologijos universiteto (KTU) ir mokslinės draugijos “Vibrotechnika” mokslininkai R. Bansevicius ir K. Ragulskis pasiūlė naują rezonansinių virpesių transformavimo į nepertraukiamą judesį būdą (Бансявичус, Рагульскис 1981), paremtą kontakto zonos valdomu netiesiškumu. Būdas buvo pripažintas pionierišku, t.y. atveriančiu naujus kelius kurti naujus pavarų mechanizmus preciziniams prietaisams ir sistemoms.

Šių mokslininkų 1989 metais pristatyti pirmieji 6 ir 9 laisvės laipsnių pjezrobotai (1.8 pav.), kurie sudaryti iš aktyvių kinematinųjų porų: pjezoelektrinis cilindras – pasyvi sfera, pjezoelektrinis diskas – pasyvi plokštuma.

a)

b)

1.8 pav. Pjezrobotų prototipai: a) 6-ių LL; b) 9-ių LL
Fig. 1.8. Prototype of piezobots: a) 6 DOF; b) 9 DOF

1996 metais pristatyta aktyvios kinematinės poros pjezoelektrinis cilindras – pasyvi sfera taikymo galimybė panaudojant CCD stebėjimo kamerą, sukurti stebėjimo sistemą ar roboto dalis, pavyzdžiui akis (1.9 pav.).

Vykdamas *ES Framework VI Minuet* projektą 2004–2007 m. vieno iš projekto partnerių (LEGO A/S) pageidavimu buvo sukurta gama pjezoelektrinių žaislų (1.10 pav.), lavinančių vaikų inovacinį mąstymą ir kūrybingumą.

Mokslininkas R. Bansevicius parodė nesudėtingą pjezoelektrinio variklio pritaikymą kuriant masinio naudojimo produktus (Bansevicius, Blechertas 2006). Pristatytas trijų laisvės laipsnių pjezoelektrinis variklis judėjimui arba posūkiui pasyvioje plokštumoje. Ant metalinės plokštelės pritvirtinta pjezokeramika ir į 120° lygius sektorius padalinti elektrodai (1.11 pav.). Posūkis atliekamas dėka bėgančios bangos.

1.9 pav. Stebėjimo įrenginio prototipas

Fig. 1.9. Tracking device prototype

1.10 pav. Judančių LEGO™ žaislų prototipai (Bansevičius, Blechertas 2006)

Fig. 1.10. Moving LEGO™ toy prototypes (Bansevičius, Blechertas 2006)

1.11 pav. 3 LL pjezoelektrinio judesio keitiklio konstrukcija
(Bansevičius, Blechertas 2006)

Fig. 1.11. Construction of 3 DOF piezoelectric actuator
(Bansevičius, Blechertas 2006)

„Vibrotechnika“ mokslininkai bendradarbiavo su mokslininkais R. Barausku, G. Kulviečiu, kurie pirmieji pradėjo taikyti skaitinius metodus pjezoelektrinių judesio keitiklių tyrimams (Ragulskis, *et al.* 1988). Plačiai naudojo baigtinių elementų metodą (BEM), pasiūlė pjezokeitiklių savųjų dažnių skaičiavimo algoritmą priklausomai nuo elektrodų išdėstymo. Taip pat atliko skaitmeninę analizę sprendžiant roboto su daug jungčių modeliavimo uždavinius (Bansevičius, *et al.* 2004; Bansevičius, *et al.* 2005).

2007 metais vykdant projektą „Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių poslinkių generavimo/matavimo sistemų kūrimas ir tyrimas“ (akronimas *PiezoAdapt*), daug dėmesio buvo skirta perspektyvioms aktyvioms kinematinėms poroms pjezoelektrinis cilindras – pasyvi plokštuma ir pjezoelektrinis žiedas – pasyvi plokštuma. Buvo nagrinėti keli variantai tokių aktyvių kinematinė porų, besiskiriančių savo matmenimis, keliamąja jėga, pjezoaktyvaus elemento tipu ir konfigūracija. Buvo naudojama schema su trimis kontakto zonomis ir trimis elektrodų sektoriais, kurių viduryje suformuotos kontakto zonos. Pradiniai tyrimai parodė šių schemų tinkamumą pozicionavimo plokštumoje uždaviniams spręsti (Bansevičius 2007).

Lietuvos mokslininkų R. Bansevičiaus, G. Kulviečio ir P. Vasiljevo moksliniai darbai orientuoti į inovatyvių produktų ir technologijų sukūrimą. Sukurtos daugelio laisvės laipsnių nanometrinės skyros judesio generavimo sistemos, inovatyvūs pjezomechaniniai jutikliai (sensoriai), „intelektualūs“ mechanizmai bei pjezoelektriniai robotai įgalino realizuoti proveržį ir sklaidą į Europos mokslinių tyrimų ir taikymų erdves. Šiems mokslininkams paskirta 2010-ųjų metų technologijos mokslų srities Lietuvos mokslo premija už fundamentinių ir taikomųjų

mokslinių tyrimų ciklą „Pjzomechaninės sistemos: Teorija ir taikymai 1996–2009“.

1.2. Pjezorobotų konstrukcijos ir veikimo principai

Judantys pjezorobotai, turi 3 laisvės laipsnius: koordinatės x ir y bei orientacijos kampas α , t. y. pirmojo segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi (1.12 pav.).

1.12 pav. Pjezoroboto su trimis laisvės laipsniais schema
Fig. 1.12. Scheme of 3 DOF piezobot

Pagal formą pjezorobatus galima suskirstyti į:

- cilindrinus (1.13a pav.);
- žiedinius (1.13b pav.) ;
- hemisferinius (1.13c pav.).

a)

b)

c)

1.13 pav. Pjezorobotų prototipai: a) cilindrinis: 35x30x28 mm ($D \times d \times h$), pagamintas iš CTS–23 keramikos; dažnis – 65 kHz, įtampa – 90 V, elektrodų skaičius – 3; b) žiedinis: 40x10x2 mm ($D \times d \times h$), dažnis – 80 kHz, įtampa – 50 V, elektrodų skaičius – 3; c) hemisferinis: 32x29x16 mm ($D \times d \times h$), dažnis – 81,3 kHz, įtampa – 40 V, elektrodų skaičius – 3 (Bansevičius 2007, 2008)

Fig. 1.13. Prototypes of piezorobots: a) piezoelectric cylinder: 35x30x28 mm ($D \times d \times h$), made from CTS–23 ceramics; frequency – 65 kHz, voltage – 90 V, quantity of electrodes – 3; b) piezoelectric ring: 40x10x2mm ($D \times d \times h$), frequency – 80 kHz, voltage – 50 V, quantity of electrodes – 3; c) piezoelectric hemispheric: 32x29x16 mm ($D \times d \times h$), frequency – 81.3 kHz, voltage – 40 V, quantity of electrodes – 3 (Bansevičius 2007, 2008)

1.2.1. Cilindrinio pjezokeitiklio konstrukcija

Cilindrinio pjezokeitiklio modelį sudaro tuščiaviduris pjezokeraminis cilindras ir trys atraminiai-kontaktiniai metaliniai cilindrai, priklijuoti prie pjezo-

keraminio cilindro apatinės dalies. Keitiklio kontaktinės zonos – trijų metalinių cilindrų paviršiai, kurie juda elipsės formos trajektorijomis, žadinant elektrodus harmoniškai kintančia įtampa. Pjzokeitiklio elektrodai dengia visą cilindro išorinį paviršių ir yra suskirstyti į tris 120 laipsnių sektorius (1.14 pav.). Toks sudalinimas naudojamas tam, kad pjzokeitiklis generuotų slankiklio poslinkius plokštumoje bet kuria kryptimi.

1.14 pav. Aktyvi kinematinė pora pjzoelektrinis cilindras – plokštuma:
a) bendra schema; b) cilindro išorinio paviršiaus išsklotinė. 1 –
pjzoelektrinis cilindras su radikalia poliarizacija ir elektrodais,
suformuotais ant išorinių ir vidinių cilindro paviršių, 2 – pasyvi plokštuma,
3...5 – elektrodų konfigūracija, 6 – kontaktai (Bansevičius 2007)

Fig. 1.14. Active kinematic pair piezoelectric cylinder – passive plane:
a) general scheme; b) layout of outer surface of the cylinder. 1 –
Piezoelectric cylinder with radical polarization and electrodes formed on
outer and inner surface of the cylinder, 2 – passive plane 3...5 –
configuration of electrodes, 6 – contacts (Bansevičius 2007)

Tiriant cilindrinis judesio keitiklius buvo atliktas tyrimas panaudojant interferencines hologramas (1.15 pav.).

Elipsinės kontaktinių zonų virpesių trajektorijos cilindro formos pjzokeitiklyje (1.16 pav.) pasiekiamos naudojant modų superpozicijos principą, kai naudojamos išilginė ir radialinė modos, išilginė ir sukimo. Analizuojant aukštesnes cilindro savąsias formas, galima surasti modą, kuri apjungia parcialines formas, ir generuoja elipsinius kontakto zonos virpesius rezonansiniame dažnyje (Bansevičius 2009).

Potencialus šių judesio keitiklių taikymas – mini- ir mikrolazeriai, ypač naudojami technologiniuose procesuose. Kaip parodė eksperimentiniai tyrimai, minimalius pjzokeitiklių matmenis galima sumažinti iki kelių milimetrų (1.17 pav.) (Bansevičius 2007).

1.15 pav. Pjezokeraminio cilindro interferogramos, žadinant skirtingus pjezokeramikos laukus 39,5 kHz dažniu ir 62 V įtampa: a) 1-ą sektorių; b) 2-ą sektorių; c) 3-ią sektorių (Bansevičius 2007)

Fig. 1.15. Interferograms of the piezoelectric cylinder excited different piezoceramic fields 39.5 kHz frequency and 62 V voltages: a) first sector; b) second sector; c) third sector (Bansevičius 2007)

1.16 pav. Cilindrinio pjezokeitiklio paviršiuje susidarančios bėgančios bangos BEM

Fig. 1.16. FEM of running wave generated on top surface of piezoelectric cylinder

1.17 pav. 3 LL pjezoelektrinis cilindras 4x3x4 mm (D x d x h) (Bansevičius 2007)

Fig. 1.17. 3 DOF piezoelectric cylinder 4x3x4 mm (D x d x h) (Bansevičius 2007)

1.2.2. Žiedinio pjezokeitiklio konstrukcija

Žiedinio pjezokeitiklio modelį sudaro: žiedo formos pjezokeraminė plokštelė ir trys įmagnetinti metaliniai cilindrai, kurie pritvirtinti prie pjezokeraminės plokštelės (1.18 pav.). Keitiklio kontaktinė zona – trijų cilindrų viršutiniai paviršiai, kurie žadinimo metu juda elipsės formos trajektorijomis. Pjezokeitiklio elektrodai dengia visą žiedo apatinį plotą ir yra sudalinti į tris segmentus po 120 laipsnių. Toks sudalinimas naudojamas tam, kad pjezokeitiklis generuotų slankiklio poslinkius plokštumoje bet kuria kryptimi.

1.18 pav. Žiedinis pjezokeitiklis: a) aktyvi kinematinė pora pjezoelektrinis žiedas – pasyvi plokštuma; b) – atraminių elementų tvirtinimas; c) – elektrodų sekcionavimo schema. 1 – pjezoelektrinis žiedas, 2 – pasyvi plokštuma, 3 – atraminis kontaktinis elementas (Bansevičius 2007)

Fig. 1.18. Piezoelectric ring: a) active kinematic pair piezoelectric ring – passive plane; b) – fastening of basic elements; c) – scheme of electrodes configuration. 1 – piezoelectric ring, 2 – passive plane, 3 – basic contact element (Bansevičius 2007)

Pjezokeraminis žiedas pagaminta iš PZ 27 pjezokeraminės medžiagos, poliarizacijos vektorius nukreiptas išilgai žiedo storio. Kontaktiniai cilindrai pagaminti iš plieno.

2007 m. atliktas detalus šių judesio keitiklių tyrimas panaudojant interferencines hologramas (1.19 pav.).

Žadinant pjezokeitiklį dažniu artimu 28 kHz, gaunamas formų superpozicijos atvejis, kas gali sukurti cilindrų kontaktinių zonų elipsines trajektorijas (1.20 pav.). Abiejose formose kontaktiniai cilindrai yra palinkę, kas rodo, jog kontaktai judės elipsės formos trajektorija (Bansevičius 2007) .

1.19 pav. Piezokeraminio žiedo interferogramos, žadinant skirtingus piezokeramikos laukus 29,2 kHz dažniu ir 60 V įtampa: a) žadinamas pirmas elektrodų segmentas; b) žadinami vienu metu visi elektrodų segmentai (Bansevičius 2007)

Fig. 1.19. Interferograms of the piezoelectric ring excited different piezoceramic fields 29.2 kHz frequency and 60 V voltages: a) first sector; b) all electrode segments at a time (Bansevičius 2007)

1.20 pav. Žiedinio pjekokeitiklio savosios formos BEM, kai: a) 25,0 kHz, b) 28,1 kHz (Bansevičius 2007)

Fig. 1.20. FEM of modal shapes of piezoelectric ring, when: a) 25.0 kHz, b) 28.1 kHz (Bansevičius 2007)

Šių žiedinių pjekokeitiklių schemų ypatumas – galimybė realizuoti pozicionavimo sistemas didesnių masių pozicionavimui (1.21 pav.) (Bansevičius 2007). Buvo tirtos kelios modifikacijos, naudojant skirtingų pjekoelektrinių medžiagų keitiklius. Ypač efektingas eksperimentuose patikrintas atvejis su Pz 27 pjekokeramika (gamintojas – Ferroperm A/S, Danija). Valdant judesio kryptis (be grįž-

tamo ryšio sistemos) masės padidinimas iki 500 g beveik nekeitė judesio parametrų (1.22 pav.).

1.21 pav. Padidintos keliamosios galios atvejis. Pjezoelektrinis žiedas 140x120x8 mm (D x d x h), dažnis – 80 kHz, įtampa – 80 V. Maksimali pozicionuojamo objekto masė – 2 kg (Bansevičius 2007)

Fig. 1.21. Case of increased load capacity. Piezoelectric ring 140x120x8 mm (D x d x h), frequency is 80 kHz, voltage is 80 V. The maximum weight of positioning object is 2 kg (Bansevičius 2007)

1.22 pav. Žiedinis pjezoelektrinis judesio keitiklis su 500g mase (Bansevičius 2007)

Fig. 1.22. Piezoelectric ring with 500 g weight (Bansevičius 2007)

1.2.3. Hemisferinio pjezokeitiklio konstrukcija

2008 metais atlikti eksperimentai su hemisferiniu pjezokeitikliu parodė šio tipo keitiklių privalumus, taikant juos nano-skyros pozicionavimo įtaisams: paprasta konstrukcija, lengvai nustatomi virpesių mazgai (keitiklio tvirtinimui), didelė galimų principinių schemų įvairovė (Bansevičius 2008).

Vienas keitiklio elektrodas – ištisinis, kitas padalintas į sekcijas, kurių skaičius yra kartotinis trims (3, 6, 9 ...) (1.23 pav.). Šis reikalavimas pagrįstas tuo, kad judanti plokštumoje sistema yra statiskai apibrėžta, kai atramų skaičius lygus 3. Atskirais atvejais gali būti naudojamos ir statiskai neapibrėžtos sistemos (pavyzdžiui, atramų skaičius lygus 4), tačiau tai labai padidina geometrinio tikslumo reikalavimus keitikliui, o tai didina jo savikainą.

1.23 pav. Hemisferinis pjezokeitiklis: a) brėžinys; b) BEM (Bansevičius 2009)

Fig. 1.23. Piezoelectric hemispheric: a) scheme; b) FEM (Bansevičius 2009)

Dėka asimetrinio (keitiklio simetrijos ašies atžvilgiu) žadinimo, generuojami aukštesnių modų virpesiai, kurie keitiklio atraminėse zonose transformuojami į tolydinį judesį (dėka įstrižių aukšto dažnio smūgių ar trinties jėgų asimetrijos vieno virpesių ciklo metu – transformavimo mechanizmas priklauso nuo virpesių amplitudžių bei kontaktinio paviršiaus reologinių savybių)(Bansevičius 2009).

2009 metais atlikti detalūs hemisferinių pjezoelektrinių keitiklių tyrimai, kurių metu nustatytos jų optimalios žadinimo zonos (1.24 pav.) bei virpesių formos trijų dimensijų pozicionavimo ir optinio spindulio kreipimo įrenginiuose.

Tam, kad sužadinti elipsines kontaktinio taško trajektorijas, rastos dvi tinkamos savosios formos 48,89 kHz ir 57,85 kHz (1.25 pav.) (Bansevičius 2009). Abiem atvejais kontaktiniai elementai yra išsidėstę ties 1/4 bangos ilgio riba, todėl gaunami maksimalūs santykiniai poslinkiai radialine kryptimi. Vadinasi, esant šiems dažniams pjezoroboto judėjimo greitis yra didžiausias.

a)

b)

c)

1.24 pav. Hemisferinio pjezokeitiklio hologramos žadinant skirtingus elektrodų sektorius: a) pirmas segmentas; b) antras segmentas; c) trečias segmentas (Bansevičius 2009)

Fig. 1.24. Holograms of piezoelectric hemispheric excited different electrode sectors: a) first segment; b) second segment; c) third segment (Bansevičius 2009)

a)

b)

1.25 pav. Hemisferinio pjezokeitiklio savosios formos esant dažniams: a) 48,89 kHz; b) 57,85 kHz (Bansevičius 2009)

Fig. 1.25. Modal shapes of piezoelectric hemispheric at frequency: a) 48.89 kHz; b) 57.85 kHz (Bansevičius 2009)

Šio tipo keitikliai plačiai naudojami ultragarsiniuose tyrimuose, fokusuojant akustinį srautą, medicinoje ir kt., kaip taisyklė žadinant rezonansinius simetrinių formų išilginės ašies atžvilgiu, virpesius ultragarsiniame diapazone.

1.2.4. Pjezorobotų veikimo principai

Visų trijų pjezokeitiklių veikimo principai yra vienodi. Naudojamos dvi žadinimo schemas (Bansevičius 2007, 2008, 2009):

1. Žadinama po vieną elektrodų segmentą, kuris generuoja tiesiaeigį judėjimą. Šiuo atveju judesio kryptis valdoma perjungiant žadinimo zonas, paprasčiausiu atveju – paduodant žadinimo įtampą į kitą elektrodą, jį pasukama $\pm 120^\circ$.
2. Prie visų trijų elektrodų prijungiama harmoninė žadinimo įtampa su 120° fazių skirtumu, taip sužadinant rezonansinius bėgančios bangos virpesius, simetrinius paties pjezokeitiklio simetrijos ašies atžvilgiu. Pjezorobotas gali sukis aplink simetrijos ašį pagal laikrodžio rodyklę ir prieš laikrodžio rodyklę.

1.26 paveiksle pateikta pjezorobotų elektrodų jungimo schema.

1.26 pav. Elektrodų jungimo schema
Fig. 1.26. Scheme of electrode connection

1.3. Judesio trajektorijų formavimo metodai

Esminis reikalavimas robotikoje – algoritmas, kuris žmogaus teikiamas aukšto lygio užduotis konvertuotų į žemo lygio judėjimo aprašymus. Paprastai judesio trajektorijų formavimo uždaviniuose nagrinėjama problema, kaip turi judėti objektas priklausomai nuo jo mechaninių savybių (Lavalle 2004).

Išskiriami pagrindiniai veiksniai nuo kurių priklauso judesio trajektorijos planavimas (Lavalle 2004):

1. Pradinė roboto padėtis. Tai padėtis erdvėje, roboto struktūra ir pan.
2. Laikas. Visi veiksmai turi būti atlikti per tam tikrą nustatytą laiko tarpą.
3. Veiksmai. Atliekami veiksmai tam tikru laiko momentu keičia roboto būseną.
4. Galutinė padėtis. Atliekant veiksmus, robotas turi pasiekti galutinę nustatytą padėtį.

Žinant pradinę ir galutinę roboto būsenas, reikia surasti, kaip elgsis ir kurioje trajektorijos vietoje bus robotas tarpinėse pozicijose tam tikru laiko momentu.

Išanalizavus vaikščiojančių (Cuevas, *et al.* 2004; Guo, *et al.* 2007; Guo, Tang 2008; Yue, Henrich 2001; Jha, *et al.* 2005; Mousavi, *et al.* 2008; Tang, *et al.* 2007), mašinos tipo robotų (Costa, *et al.* 2008; Labakhua, *et al.* 2006; Nagy, Kelly 2001; Pinto 2007; Tzu-Chen, *et al.* 2005; Danwei Wang, Qi 2001) ir robotų manipuliatorių (Ata, Johar 2005; Gasparetto, Zanotto 2007, 2008; Pond 1999; Skoglund 2006; Vukobratovic 1975; Vukobratovic, Kircanski 1986) trajektorijų formavimą, pastebėta, kad naudojami interpoliavimo metodai: polinominis interpoliavimas, interpoliavimas splineais ir Kornu spiralė. Visų šių metodų esmė – turint pradinius taškus (mazgus), rasti tolydžią funkciją, kuri aprašytų visus duotuosius taškus.

1.3.1. Trajektorijų formavimas polinomais

Polinomas arba daugianaris – algebrinis reiškiny, sudarytas iš baigtinės vienanarių sumos. Bendru atveju daugianario funkciją galima užrašyti taip

$$p(x) = \sum_{l=0}^n a_l x^l, \quad (1.1)$$

čia l – laipsnis, sveikasis skaičius, a – koeficientas, n – interpoliavimo laipsnis. Polinominės interpoliacijos prasmė, turint nelygius vienas kitam taškus $(x_0, y_0), (x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$, $n \geq 1$, rasti n -ojo laipsnio polinomine funkciją einančią per duotuosius taškus (1.27 pav.).

Ieškant polinominės funkcijos būtina surasti koeficientus a_l . Klasikinis šio uždavinio sprendimo būdas yra tiesinės lygčių sistemos $\Phi A = Y$ sprendimas (Phillips 2003), panaudojant Vandermonde matricą Φ (Guo, *et al.* 2007):

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} p(x_0) \\ p(x_1) \\ \vdots \\ p(x_n) \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Dažniausiai naudojami trečio (Cuevas, *et al.* 2004), ketvirto, penkto (Yue, Henrich 2001) ir šešto (Guo, *et al.* 2007) laipsnio polinomialai. Aprašant judesio trajektorijas taip pat pasirenkama parametrinė polinomo išraiška (Costa, *et al.* 2008; Guo, *et al.* 2007; Guo, Tang 2008), kuri leidžia analizuoti roboto, ar jo dalių greitį tam tikru laiko momentu.

1.27 pav. Polinominės funkcijos einančios per duotuosius taškus pavyzdys (Douglas 2011)

Fig. 1.27. Example of polynomial function passing through given points (Douglas 2011)

Polinomialai yra tolydžios funkcijos, kurias lengva apskaičiuoti kompiuteriu, saugoti bei jomis manipuliuoti (Schumaker 2007).

1.3.2. Trajektorijų formavimas splinais

Interpoliuojant šiuo būdu randamas ne vienas polinomas, o keli. Jei duotų mazgų $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_N, y_N)$ yra $N > 1$, vadinasi polinomų bus $N - 1$, t. y. tarp kiekvienos koordinatės poros randama atskira polinominė m laipsnio ($m > 1$) funkcija (Mitra, Dhillon 2007):

$$S(x) = \begin{cases} S_1(x), & \text{jei } x \in [x_1, x_2]; \\ S_2(x), & \text{jei } x \in [x_2, x_3]; \\ S_i(x), & \text{jei } x \in [x_i, x_{i+1}]; \\ \dots & \\ S_{N-1}(x), & \text{jei } x \in [x_{N-1}, x_N]. \end{cases} \quad (1.3)$$

Kiekvienas $S_i(x)$ yra aprašomas pagal (1.1) polinomo formulę, kur $i = 1, 2, \dots, N-1, l = 1, 2, \dots, m$.

Splinas apibrėžiamas kaip reali funkcija $S: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$, kai $a = x_1 < x_2 < \dots < x_N = b$ (Stoer, Bulirsch 2002).

Išskiriamos pagrindinės splainų funkcijų savybės (Labakhua, *et al.* 2006; Mitra, Dhillon 2007; Stoer, Bulirsch 2002):

1. Intervaluose $[x_i, x_{i+1}]$ formuojami polinamai yra m -ojo laipsnio;
2. Pats splinas $S(x)$, jo pirmojo laipsnio išvestinė $S'(x)$ ir antrojo laipsnio išvestinė $S''(x)$ turi būti tolydi visame intervale $[a, b]$.

Tai gi splinas yra sujungtas iš polinomų dalių, taip kad jų reikšmės ir jų pirmosios dvi išvestinės sutaptų mazguose x_i (Stoer, Bulirsch 2002).

Priešingai nei interpoliuojant polinomu, trajektorijų formavimui nėra naudojami aukšto laipsnio splainai (Daniel, Chau 2002). Dažniausiai naudojami kubiniai splainai (Tang, *et al.* 2007; Wei, Žefran 2005), β -splainai (Ata, Johar 2005) ir trigonometriniai splainai (Mahout 2005; Simon 1996).

Kubiniai splainai pagal (1.1) formulę aprašomi trečiojo laipsnio polinomu:

$$S_i(x) = a_{0i} + a_{1i}x + a_{2i}x^2 + a_{3i}x^3, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (1.4)$$

Išanalizavus literatūrą (Daniel, Chau 2002; De Luca, *et al.* 1991; Labakhua, *et al.* 2006; Thomas, *et al.* 2003), pastebėta, kad formuojant judesio trajektorijas, kubinių splainų funkcijos aprašomos parametrine forma. Viena iš priežasčių, kodėl nenaudojama klasikinė splaino funkcija (1.4), yra ta, kad splainai formuojami tik tarp mazgų tenkinančių sąlygą $x_1 < x_2 < \dots < x_N$ (1.28a pav.). Taip pat ši funkcija neparodo roboto būsenos kitimo per tam tikrą laiko tarpą.

Parametrinė kubinio splaino lygtys atrodo taip (Angeles 2007):

$$S_{pi}(S_{xi}, S_{yi}) = \begin{cases} S_{xi} = a_{xi}t^3 + b_{xi}t^2 + c_{xi}t + d_{xi}; \\ S_{yi} = a_{yi}t^3 + b_{yi}t^2 + c_{yi}t + d_{yi}, \end{cases} \quad (1.5)$$

čia a, b, c, d – realūs koeficientai, t – funkcijos parametras, kuris $t_i \leq t \leq t_{i+1}$.

Ieškant optimalių parametrinių splainų funkcijų, yra atsižvelgiama į ribines sąlygas. Analizuojant roboto judėjimo greitį sugeneruota trajektorija, dažniausiai parenkamos kraštinės sąlygos (Daniel, Chau 2002; Labakhua, *et al.* 2006) $S_p(t_0) = v_0$ ir $S_p(t_N) = v_N$, kur v_0, v_N – roboto pradinis ir galutinis judėjimo greitis, kuris gali būti lygus 0. Tuomet gaunamas natūralusis splainas (Moin 2010) pasižymintis didžiausiu tolydumu.

1.28 pav. Interpoliavimo kubiniais splainais galimybių pavyzdžiai:
a) klasikinis splainas (De Boor 2001); b) parametrinis splainas (Weisstein 2010d)

Fig. 1.28. Examples of cubic spline interpolation possibilities:
a) classical spline (De Boor 2001); b) parametric spline (Weisstein 2010d)

Interpoliavimas kubiniais splainais dažniausiai naudojamas trajektorijos formavimo metodas, nes suformuotoje trajektorijoje yra ištisinės roboto pagreičių reikšmės. Taip pat, priešingai nei interpoliuojant aukšto laipsnio polinomu, kubiniai splainai nesudaro didelių svyravimų ir nukrypimų tarp duotųjų taškų (Gasparetto, Zanotto 2008). Todėl suformuotos trajektorijos yra optimalios laiko atžvilgiu (De Luca, *et al.* 1991).

Dar vienas interpoliavimo metodas splainais panaudojant trigonometrinius splainus, kurie vadinami Schoenberg polinomais (Mahout 2005).

Šios trajektorijos pasižymi nedideliu nukrypimu nuo mazgų, vientisu vi-soje trajektorijoje judėjimo greičiu ir pagreičiu. Trigonometrinį splainą galima normalizuoti laiko atžvilgiu. Šio tipo splainų skaičiavimo sąnaudos yra pakan-kamai mažos, nes ieškomas polinomas yra žemo laipsnio siekiant išvengti dide-lių svyravimų tarp mazgų (Simon 1996). Pakeitus kai kurių mazgų padėtį, per-skaičiuojami tik tie splainai, kurie turi sąryšį su tais mazgais, o ne visa

trajektorija (Gasparetto, Zanutto 2007). Ši trigonometrinio splaino savybė gali būti reikalinga robotui judančiam dinamiškoje aplinkoje, pavyzdžiui, atsiradus kliūčiai, perskaičiuojama roboto elgsena realiu laiku.

β -splainai (1.29 pav.) taip pat pasižymi šia savybe ir todėl dažnai naudojami robotų judesio trajektorijų formavimui aplinkoje su kliūtimis.

Pagrindinė funkcija $N_{i,p}(t)$ yra rekursyviai apibrėžta taikant De Boor formulę (De Boor 2001; Gasparetto, Zanutto 2007):

$$\begin{cases} N_{i,p}(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+p}-t_i} N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1}-t}{t_{i+p+1}-t_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t) \\ N_{i,0} = \begin{cases} 1, & \text{jei } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{priešingu atveju} \end{cases} \end{cases} \quad (1.6)$$

čia p – β -splaino laipsnis, t – tarpinis mazgas, P – kontroliniai taškai.

1.29 pav. Interpoliavimo β -splainu pavyzdys (Weisstein 2010a)

Fig. 1.29. Example of β -spline interpolation (Weisstein 2010a)

Linijinė lygčių sistema sudaryta iš pagrindinių funkcijų yra lygi β -splainų funkcijai (Kesheng Wang 1988):

$$B_p(t) = \sum_{i=1}^{n+1} P_i \cdot N_{i,p}(t). \quad (1.7)$$

β -splainai priklausomai nuo laipsnio gali būti linijiniai ($p = 1$), kvadratiniai ($p = 2$), kubiniai ($p = 3$) (Aboshosha 2004; Cheng 2001). Taip pat naudojama dar viena β -splainų forma be tarpinių mazgų, kuri vadinama Bezier splainu (Arkin, *et al.* 2003; Jolly, *et al.* 2009; Lau, *et al.* 2009) (1.30 pav.).

Skirtingai nei polinomiali ar kubiniai splainai, Bezier splainai neina per visus duotuosius mazgus, o tik per pirmą ir paskutinį.

1.30. pav. Interpoliavimo Bezier splainu pavyzdys (Weisstein 2010b)

Fig. 1.30. Example of Bezier spline interpolation (Weisstein 2010b)

Apibendrinant būtų galima teigti, kad splainais suformuotos trajektorijos yra tolydžios. Dažniausiai naudojami tie metodai, kuriuose judesio trajektorija kerta duotuosius taškus (pvz., kubiniai splainai). Splainai išsiskiria paprastesniu matematiniu modeliu, todėl reikalingos mažesnės skaičiavimų sąnaudos.

1.3.3. Trajektorijų formavimas Kornu spirale

Kornu spiralė dar yra vadinama Eulerio spirale arba klathoidu, o matematinė lygtis labiau žinoma kaip Fresnelio integralas (Levien 2008) (1.31 pav.).

1.31 pav. Kornu spiralių pavyzdžiai (Weisstein 2010c)

Fig. 1.31. Examples of Cornu spirals (Weisstein 2010c)

Kornu spiralė – tai kreivė, kurios kreivis κ tiesiškai priklauso nuo lanko ilgio $s \in (-\infty, +\infty)$ (Kostov, Degtiarova-Kostova 1995; Shin, Singh 1990):

$$\kappa(s) = \delta \cdot s + \kappa_0, \quad (1.8)$$

čia δ – kreivės kreivio pokyčio greitis, κ_0 – pradinis kreivės kreivis, s – pozicijos kintamasis, kuris $s \in [0, l]$, l – kreivės ilgis.

Parametrinė Kornu spiralė aprašoma Fresnelio sinuso $S(s)$ ir kosinuso $C(s)$ integralais (Horn 1983; Sanchez-Reyes, Chacon 2003; Shanmugavel 2007):

$$\begin{aligned}x(s) &= C(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{\kappa}{2s} t^2\right) dt; \\y(s) &= S(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{\kappa}{2s} t^2\right) dt,\end{aligned}\tag{1.9}$$

čia t – lanko ilgio kintamasis, toks kaip $s = |\vec{v}| \cdot t$, $|\vec{v}|$ – greitis.

Kiekviename spiralės taške orientacinis kampas yra lygus (Labakhua, *et al.* 2006):

$$\theta(s) = \frac{\delta}{2} s^2 + k_0 s + \theta_0,\tag{1.10}$$

čia θ_0 – pradinis orientacinis kampas.

Parametrus δ ir l galima apskaičiuoti pagal formules (Labakhua, *et al.* 2006):

$$\delta = \frac{1}{2r_i\theta_i},\tag{1.11}$$

$$l = 2r_i\theta_i.\tag{1.12}$$

Kornu spiralė yra naudojama tada, kai reikia pereiti nuo tiesios linijos prie apskritimo lanko ir atvirkščiai (Delingette, *et al.* 1991). Šio metodo trūkumas – negalima atlikti staigių posūkių. Šis interpoliavimo būdas naudojamas ne tik formuojant robotų judesio trajektorijas, bet ir greitelių, geležinkelų projektavime (Sanchez-Reyes, Chacon 2003; Shanmugavel 2007).

1.4. Pirmojo skyriaus išvados

1. Išanalizavus literatūrą, pastebėta, kad judančiuose robotuose naudojami pjezoelektriniai keitikliai tiek su bėgančios, tiek ir stovinčios bangos svyravimais. Tačiau pats judesys generuojamas ne tiesiogiai pjezoelektriniais keitikliais, o naudojant papildomas konstrukcijas (kojas, ratus ir pan.). Išanalizuoti vaikščiojantys robotai daugiausiai skirti darbui įvairaus tipo mikroskopuose.

2. Analizuojamą cilindrinį, žiedinį ir hemisferinį pjezorobotą taip pat galima priskirti prie vaikščiojančių robotų. Kadangi šie robotai gali nešti objektus, vadinasi, panaudojant 1.8 ir 1.9 paveiksluose pateiktų robotų manipuliatorių struktūrą, galima skurti dviejų dimensijų plokštumoje judančius nanometrų skyros daugiamacių pjezorobatus su objektų manipulatoriais ar stebėjimo įranga, kurie

būtų naudingi pramonės įmonėse. Šie robotai išsiskirtų iš kitų struktūros paprastumu, judesio tikslumu bei greičiu.

3. Atlikus judančių robotų su pjezoelektriniais judesio keitikliais analizę, pastebėta, kad literatūroje daugiau nusakoma roboto struktūra ar veikimo principai. Tačiau nėra aprašomi šiems robotams skirti judesio trajektorijų formavimo metodai.

4. Išanalizavus įvairaus tipo robotų judesio trajektorijų formavimo metodus, pastebėta, kad naudojamas interpoliavimas polinomais, splainais ir Kornu spiralėmis, t. y. naudojamos didesnio nei pirmojo laipsnio kreivės. Taip pat pastebėta, kad šie metodai optimizuojami priklausomai nuo roboto mechaninių savybių. Stengiamasi suformuoti trajektorijas, kuriomis robotas judėtų didžiausiu greičiu, ar būtų kuo didesnis trajektorijos atkartojimo tikslumas. Taip pat pastebėta, kad Lietuvoje tokio pobūdžio tyrimų nėra atlikta.

5. Tyrinėjami judantys pjezorobotai turi tris kontaktinius taškus. Jų judėjimo kryptis priklauso nuo aktyvaus kontaktinio taško, t. y. pjezorobotų judesio trajektorija yra laužtė. Tuo pačiu metu suktis ir eiti pjezorobotas negali. Tačiau šio tipo pjezorobotai išsiskiria iš kitų, nes gali atlikti judesius tam tikru kampu. Todėl naudojami trajektorijos formavimo metodai netinkami analizuojamo pjezoroboto trajektorijos formavimui. Judėjimo nuo taško prie taško trajektoriją būtų galima suformuoti naudojantis linijine interpoliacija, tačiau šis metodas yra mažai naudojamas.

Judančių pjezorobotų trajektorijų formavimo algoritmai

Pjezoelektriniuose varikliuose objekto sukimo ar slinkimo judesys formuojamas transformuojant aukšto dažnio rezonansinius pjezoelektrinių keitiklių virpesius; judesio parametrai labai priklauso nuo atraminio paviršiaus geometrinių ir reologinių savybių, trinties koeficiento, kontakto geometrijos. Dėka mažų virpesių amplitudžių (pradedant nuo dešimtųjų mikrometro dalių), bet aukšto virpesių dažnio, vidutinis judesio greitis yra kelių dešimčių mm per sekundę eilės (Ragulskis, *et al.* 1988). Sužadinant pjezokeitiklius paketiniame režime, minimalūs poslinkiai yra nanometrų eilės ir tai sudaro pagrindinius pjezovariklių privalumus: didelė skyra ir platus greičio valdymo diapazonas. Tačiau kalbant apie pjezoelektrinių variklių tikslumą, be grįžtamo ryšio sistemos ir padėties sensorių negalima realizuoti poslinkio ir virpesių periodų skaičiaus tikslios priklausomybės, t.y. objekto judesys yra asinchroninis (Bansevičius 2008).

Panaši problema egzistuoja ir sistemose su keliais laisvės laipsniais, t.y. greičio vektoriaus tiek modulis, tiek kryptis turi atsitiktinę dedamąją, todėl šiame skyriuje nagrinėjamas pozicionuojamo objekto trajektorijų formavimo uždavinys taikant žiedinius, cilindrinus ir hemisferinius pjezoelektrinius judesio keitiklius.

Judesio skyra formuojant trajektoriją apibrėžiama, kaip mažiausias poslinkis žadinant pjezoroboto elektrodų segmentą trumpiausiu impulsu. Tikslumas suprantamas, kaip maksimalus atsilenkimas nuo planuojamos trajektorijos.

2.1. Pozicionuojamo objekto trajektorijų formavimo uždavinys

Išskeliami šie pjezoroboto judesio trajektorijos formavimo uždaviniai:

1. pjezorobotas per neribotą laiko tarpą turi tiksliai atkartoti pateiktą trajektoriją;
2. judėjimas nuo pradinio taško iki galutinio turi būti atliktas per trumpiausią laiko tarpą, tačiau išlaikomas ir trajektorijos atkartojimo tikslumas. Šiuo atveju pjezoroboto vidutinis judėjimo greitis turi būti didžiausias;
3. pateiktos trajektorijos sekimas tam tikru tikslumu bei panaudojant paprastą pjezoroboto judesio valdymą.

Sprendžiant šiuos uždavinius būtina atsižvelgti į naudojamą pjezoroboto elektrodų žadinimo schemas:

1. Objekto judesys neatliekant sukamojo judesio: tiesiaieigio judėjimo generavimui aktyvuojamas tik vienas elektrodų segmentas pastovia žadinimo įtampa. Judėjimo metu objektas negali atlikti sukamojo judesio aplink simetrijos ašį ($\alpha = \text{const.}$) (2.1 pav.).

2.1 pav. Tiesiaieigio judėjimo schema žadinant vieną elektrodų segmentą

Fig. 2.1. Scheme of linear motion when one electrode segment is excited

2. Objekto judesys su sukamuoju judesiu: atliekamas sukamasis judesys aplink simetrijos ašį ($\alpha \neq \text{const.}$) aktyvuojant visus elektrodų seg-

mentos (2.2 pav.). Sukamasis judesys gali būti pagal laikrodžio rodyklę arba prieš laikrodžio rodyklę.

2.2 pav. Pjezoroboto sukamojo judesio schema

Fig. 2.2. Schemes of piezorobot rotation

Formuojama trajektorija turi tenkinti šiuos bendrus reikalavimus:

1. Judama tarp duotų mazgų $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_N, y_N)$ dviejų dimensijų plokštumoje $\mathbb{R}^2$, kur $N > 1$.
2. Trajektorija tarp mazgų gali būti arba tiesė, arba kreivė.
3. Suformuota pjezoroboto judesio trajektorija turi būti minimaliai nutolusi nuo planuojamos trajektorijos.

Vadinasi, trajektorijos formavimas priklausys nuo pasirinktos žadinimo schemos bei nuo planuojamos trajektorijos tipo (laužtė ar kreivė).

Išskiriami šie pagrindiniai pradiniai duomenys:

$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_N, y_N)$ – trajektorijos mazgai;

c – pjezoroboto sektorių kiekis, $c \geq 3$;

α – roboto orientacijos kampas x ašies atžvilgiu (pirmojo elektrodo segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi);

$\varepsilon_{\max}$ – didžiausias leistinas judesio trajektorijos atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos;

r – suplanuotos trajektorijos kartojimų kiekis, jei planuojama uždara trajektorija, $r \geq 1$;

$\Delta P_{\min}$ – pjezoroboto judesio skyra.

Jei naudojama antra elektrodų segmentų žadinimo schema, reikalingi papildomi duomenys:

r_{vid} – vidinis pjezoroboto spindulys;

λ_{min} – judesio skyra sukamojo judesio atveju.

Pagal pjezoroboto judėjimo specifiką, turi būti gauti tokie rezultatai:

J – aktyvaus elektrodų segmento numeris atliekant tiesiaeigį judėjimą arba posūkį;

ΔP – pjezoroboto poslinkio ilgis atliekant tiesiaeigį judėjimą arba lanko ilgis sukamojo judesio atveju;

θ – posūkio kampo dydis, jei naudojama visų elektrodų žadinimo schema;

D – sukamojo judesio kryptis: pagal laikrodžio rodyklę, ar prieš laikrodžio rodyklę.

Judesio trajektorijos formavimo uždavinį galima suskaidyti į atskirus etapus:

1. *Judesio trajektorijos planavimas*: žinant pradinį trajektorijos mazgą ir planuojamos trajektorijos tipą, suformuojamos planuojamos trajektorijos funkcijos.
2. *Judesio trajektorijos generatorius*: pagrindinis uždavinio etapas, kuriame, atsižvelgiant į naudojamą elektrodų žadinimo schemas, suplanuotos trajektorijos tipą ir judesiui keliamus reikalavimus, tokius, kaip judėjimo greitis bei judesio tikslumas, parenkamas atitinkamas trajektorijos formavimo algoritmas. Pagal parinktą algoritmą apskaičiuojama judesio trajektorija, t. y. gaunamos suformuotos trajektorijos koordinatės.
3. *Pjezoroboto judesio parametrų apskaičiavimas*: pagal apskaičiuotas judesio trajektorijos koordinates, atsižvelgiant į naudojamą elektrodų žadinimo schemas nustatomos pjezoroboto judesio parametrų reikšmės: J , ΔP , θ , D .

Bendrasis judesio trajektorijos formavimo algoritmas pateiktas 2.3 paveiksle.

2.3 pav. Bendrasis trajektorijos formavimo algoritmas
Fig. 2.3. General trajectory formation algorithm

2.2. Judesio trajektorijos planavimas

Pjezoroboto judesys formuojamas tarp mazgų $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_N, y_N)$, čia N – mazgų kiekis, kur $N > 1$. Pagal šių mazgų išdėstymą dvimatėje erdvėje galima nustatyti judesio kryptį Tr_x, Tr_y tarp mazgų:

$$Tr_i = \begin{cases} Tr_{xi} = \begin{cases} 1, & \text{kai } x_{i+1} - x_i > 0 \\ -1, & \text{kai } x_{i+1} - x_i < 0 \\ 0, & \text{kai } x_{i+1} - x_i = 0 \end{cases} \\ Tr_{yi} = \begin{cases} 1, & \text{kai } y_{i+1} - y_i > 0 \\ -1, & \text{kai } y_{i+1} - y_i < 0 \\ 0, & \text{kai } y_{i+1} - y_i = 0 \end{cases} \end{cases}, i = 1, \dots, N - 1 \quad (2.1)$$

Taip pat galima apskaičiuoti tarp mazgų esančių tiesių kampus su x ašimi:

$$\phi_i = \arctg \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}, \quad i = 1, \dots, N - 1 \quad (2.2)$$

Planuojama trajektorija gali būti dviejų tipų:

1. *laužtė*, kai tarp kiekvienos mazgų poros yra tiesė. Tiesės lygtys suformuojamos atliekant tiesinę interpoliaciją;
2. *tolydi kreivė*, kurią galima aprašyti vienu ar keliais didesnio nei pirmo laipsnio polinomis.

Trajektorijas galima skirstyti į:

1. *atviras*, kai judama nuo pradinio iki galutinio taško (2.4 pav.).
2. *uždaras*, kai pjezorobotas gali keletą kartų atkartoti suplanuotą trajektoriją. Tada $x_1 = x_N$, $y_1 = y_N$ (2.5 pav.).

2.4 pav. Atvirų trajektorijų pavyzdžiai

Fig. 2.4. Examples of open trajectories

2.5 pav. Uždarų trajektorijų pavyzdžiai

Fig. 2.5. Examples of closed trajectories

Žinant mazgus, galima atlikti interpoliaciją vienu iš 1.3 skyriuje nagrinėtų būdų. Analizuojant planuojamas trajektorijas, pastebėta, kad galimos situacijos, kada viena iš koordinačių gali sutapti (pavyzdžiui, kvadrato kampų koordinatės pavaizduotos 2.5 pav.). Šiuo atveju klasikinė funkcijos išraiška $f(x, y) = 0$ netinkama, todėl funkcijoms aprašyti pasirinktos parametrinės lygtys.

Kadangi turi būti sudaromos ne tik tolydzios kreivės, bet ir laužtinės trajektorijos, funkcijos bus formuojamos tarp kiekvienos koordinačių poros:

$$S_i = \begin{cases} S_{xi} = \varphi(x_i, x_{i+1}, t) \\ S_{yi} = \psi(y_i, y_{i+1}, t) \end{cases}, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (2.3)$$

čia t – parametrinės lygties parametras.

Planuojant judėjimą laužte, tarp mazgų atliekama tiesinė interpoliacija. Formulė (2.3) atrodys taip:

$$S_i = \begin{cases} S_{xi} = (x_{i+1} - x_i) \cdot t + x_i; \\ S_{yi} = (y_{i+1} - y_i) \cdot t + y_i, \end{cases} \quad (2.4)$$

čia t – parametrinės lygties parametras, kuris tarp kiekvienos mazgų poros $t \in [0, 1]$.

Analizuojant pjezoroboto judesio trajektorijos formavimo uždavinį kreivės atveju pasirinktas kubinis parametrinis splainas. Šio tipo splainas pasirinktas dėl nesudėtingo matematinio modelio ir apskaičiavimo greičio. Parametrinė kubinio splaino lygtys užrašoma pagal (1.5) formulę. Tačiau planuojamos kreivės gali būti aprašomos ne tik kubiniu splainu, bet ir norimo laipsnio polinomu, kitos rūšies splainais ar Kornu spirale.

2.3. Ribinių koordinačių prasmė ir skaičiavimas

Pagal trajektorijos formavimo uždavinio reikalavimus, pjezoroboto simetrijos ašis turi kuo mažiau nukrypti nuo suplanuotos trajektorijos S . Todėl būtina apibrėžti leistiną didžiausią nuokrypį $\varepsilon_{\max}$ nuo funkcijos S . Koordinatės g^* ir g^{**} esančios atstumu $\varepsilon_{\max}$ nuo suplanuotos trajektorijos bus vadinamos ribinėmis koordinatėmis. Taigi $g^* < S < g^{**}$ (2.6 pav.).

2.6 pav. Ribinių koordinatų pavyzdys
Fig. 2.6. Example of marginal coordinates

Ribines koordinatės galima apskaičiuoti sprendžiant lygčių sistemą, kurioje apibrėžiama normalė einanti per suplanuotos trajektorijos tašką (x_S, y_S) ir ribinę koordinatę (x_g, y_g) , esančią $\epsilon_{\max}$ atstumu:

$$\begin{cases} y_g - y_S = -\frac{1}{\frac{\partial S}{\partial x}\big|_{x=x_S}}(x_g - x_S); \\ \epsilon_{\max} = \sqrt{(x_g - x_S)^2 + (y_g - y_S)^2}, \end{cases} \quad (2.6)$$

Išsprendus šią lygčių sistemą randamos ribinės koordinatės:

$$g(x_g, y_g) = \begin{cases} x_g = -z \cdot K \cdot \frac{\partial S}{\partial x}\big|_{x=x_S} + x_S; \\ y_g = z \cdot K + y_S, \end{cases} \quad (2.7)$$

čia $K = \frac{\epsilon_{\max}}{\sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\big|_{x=x_S}\right)^2 + 1}}$; $z = -1, 1$.

Tada ribinės koordinatės planuojamos trajektorijos atžvilgiu bus lygios:

$$g = \begin{cases} g^*, & \text{kai } z = 1; \\ g^{**}, & \text{kai } z = -1. \end{cases} \quad (2.8)$$

Pagal (2.7) formulę, suplanuota trajektorija S turi tenkinti tokius reikalavimus:

1. Funkcija S turi būti tolydi kiekviename taške:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} S(x,y) = S(a,b), \text{ kur } a \in [x_1; x_n], b \in [y_1; y_n].$$

2. Funkcijos išvestinė $\frac{\partial S}{\partial x}$ šiuose taškuose taip pat turi būti tolydi.

3. Jei planuojama laužyta trajektorija, tai $\left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{x=x_S} = \text{const.}$, vadinasi

$$K = \text{const.}$$

Atlikus ribinių koordinatų skaičiavimus pastebėta, kad kai kuriais atvejais galima gauti ribinių koordinatų trūkius ir/ar sankirtas (2.7 pav.), kurie gali turėti įtakos pjezoroboto judesio trajektorijos formavimui.

2.7 pav. Ribinių koordinatų trūkio ir sankirtos pavyzdys

Fig. 2.7. Example of break and intersection of marginal coordinates

Sprendžiant šią problemą, pirmiausia pagal (2.7) formulę apskaičiuojamos kiekvienos funkcijos S_i ribinės koordinatės mazguose. Pagal (2.3) formulę sudaromos ribinės funkcijos koordinatų korekcijai:

$$[G] = \begin{Bmatrix} G_i^* \\ G_i^{**} \end{Bmatrix} = \begin{cases} G_{xi} = \varphi(x_{gi}, x_{gi+1}, t_g); \\ G_{yi} = \psi(y_{gi}, y_{gi+1}, t_g), \end{cases} \quad (2.9)$$

čia t_g – parametrinės funkcijos parametras.

Žinant planuojamos trajektorijos tipą, ribinės funkcijos G suformuojamos pagal (1.5) arba (2.4) formules, parametras t_g bus lygus:

$$t_g \in \begin{cases} [0; 1], & \text{jei } K \neq \text{const.} \\ [t_{gi}; t_{gi+1}], & \text{jei } K = \text{const.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Suformavus ribines funkcijas, galima apskaičiuoti naujus ribinių koordinatų taškus, kuriuose susikerta arba yra ribinių koordinatų trūkis:

$$\begin{cases} G_{xi}(t_{li}) - G_{xi+1}(t_{2i}) = 0; \\ G_{yi}(t_{li}) - G_{yi+1}(t_{2i}) = 0, \end{cases} \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (2.11)$$

čia t_1, t_2 – parametų reikšmės, kuriuose susikerta dvi funkcijos.

Apskaičiavus t_1 ir t_2 , randamos naujos ribinių koordinatų reikšmės (2.8 pav.).

2.8 pav. Naujų ribinių koordinatų ir funkcijos keitimo ribos pavyzdys

Fig. 2.8. Example of new marginal coordinates and boundary of function change

Tiesė einanti per tris taškus $(x_{g^*i}, y_{g^*i}), (x_i, y_i), (x_{g^{**i}}, y_{g^{**i}})$ bus vadinama funkcijos keitimo riba $S_i \rightarrow S_{i+1}$.

2.4. Trajektorijos formavimas neatliekant sukamojo judesio

2.4.1. Kontaktų perjungimo algoritmas

Žadinant po vieną pjezoroboto elektrodų segmentą, robotas sukamojo judesio neatlieka. Vadinasi, yra apibrėžtos tik trys, viso judėjimo metu nekintančios, judėjimo kryptys, priklausančios nuo pradinės pjezoroboto orientacijos kampo x ašies atžvilgiu. Pjezoroboto orientacijos kampu laikomas pirmojo elektrodų segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi (2.9 pav.).

2.9 pav. Pjezoroboto elektrodų segmentų išdėstymo schema
Fig. 2.9. Layout of electrode sectors of piezorobot

Kampas laipsniais tarp elektrodų segmentų simetrijos ašių yra lygus:

$$\beta = \frac{360^\circ}{c}, \quad (2.12)$$

čia c – elektrodų segmentų kiekis.

Kiekvieno segmento simetrijos ašis su x ašimi sudaro kampą lygų

$$\gamma_J = \alpha + \beta(J - 1), \quad J = 1, 2, \dots, c, \quad (2.13)$$

čia α – pirmojo segmento simetrijos ašies kampas su x ašimi, J – segmento numeris.

Kai elektrodai žadinami vienoda jėga, nukreipta išilgai segmentų simetrijos ašių, pjezoroboto judėjimo kryptis sutampa su segmento simetrijos ašies kryptimi. Nustatomos pjezoroboto judesio kryptys kiekvienam segmentui J :

$$R_j = \begin{cases} R_{xj} = \begin{cases} 1, & \text{kai } 0^\circ < \gamma_j < 90^\circ \vee 270^\circ < \gamma_j < 360^\circ; \\ -1, & \text{kai } 90^\circ < \gamma_j < 270^\circ; \\ 0, & \text{priešingu atveju.} \end{cases} \\ R_{yj} = \begin{cases} 1, & \text{kai } 0^\circ < \gamma_j < 180^\circ; \\ -1, & \text{kai } 180^\circ < \gamma_j < 360^\circ; \\ 0, & \text{priešingu atveju.} \end{cases} \end{cases} \quad (2.14)$$

Kadangi pjezoroboto simetrijos ašis turi judėti tik tarp ribinių koordinatų, vadinasi roboto judesio tiesė kirs ribines koordinates, o jų susikirtimo taškas bus pjezoroboto judesio koordinatė (2.10 pav.).

2.10 pav. Judesio trajektorijos geometrinis formavimas

Fig. 2.10. Geometric formation of motion trajectory

Sprendžiant šį uždavinį pirmiausia nustatoma tinkamiausia judesio kryptis:

1. Apskaičiuojami tarp duotų mazgų esančių tiesių kampai su x ašimi pagal (2.2) formulę.

2. Apskaičiuojami kampai tarp ϕ_i ir γ_i pagal laikrodžio rodyklę ($m = 1$) ir prieš laikrodžio rodyklę ($m = 2$):

$$[\theta] = \theta_{jm} = \begin{cases} 360^\circ + \gamma_J - \phi_i \equiv \theta_{J1} \pmod{360^\circ}, & \text{kai } m = 1; \\ 360^\circ - \gamma_J + \phi_i \equiv \theta_{J2} \pmod{360^\circ}, & \text{kai } m = 2. \end{cases} \quad (2.15)$$

3. Gautos matricos reikšmės perrikiuojamos kampų didėjimo tvarka ir sudaromas naujas dvimatis masyvas $A_{e \times 2}$. Masyvo eilučių skaičius e apskaičiuojamas pagal formulę:

$$e = \begin{cases} c, & \text{jei } l = 1; \\ c - 1, & \text{jei } l > 1, \end{cases} \quad (2.16)$$

čia l – formuojamos trajektorijos koordinačių numeris (pjezoroboto pozicijos numeris).

Jei tai yra trajektorijos formavimo pradžia ($l = 1$), vadinasi, galimos visos pjezoroboto judesio kryptys, tačiau jei $l > 1$, vadinasi, einama kryptimi formuoti judesio jau nebegalima, todėl šiuo atveju (2.16) formulėje eilių skaičius mažinamas 1. Taigi, eilučių skaičius nurodo galimų krypčių kiekį.

Masyve A yra du stulpeliai: pirmajame stulpelyje išrikiuotų didėjančia tvarka mažiausi kiekvienos galimos krypties kampai $[\theta]$, antrajame stulpelyje – atitinkamai priskirti aktyvuojamo segmento unikalūs numeriai J . Pagal šį eiliškumą galima spręsti, kurio segmento kryptis bus naudojama formuojant judesio trajektoriją.

Nustačius aktyvių segmentų eilę, užrašomos tiesių parametrinės lygtys aktyviems segmentams pozicijoje $l + 1$:

$$Kr = \begin{cases} Kr_x = \begin{cases} x_{rl}, \\ t, \end{cases} & \begin{aligned} & \text{kai } \gamma_a = 90^\circ \vee \gamma_a = 270^\circ; \\ & \text{priešingu atveju,} \end{aligned} \\ Kr_y = \begin{cases} (y_{rl+1} - y_{rl}) \cdot t + y_{rl}, \\ \operatorname{tg} \gamma_a (t - x_{rl}) + y_{rl}, \end{cases} & \begin{aligned} & \text{kai } \gamma_a = 0^\circ \vee \gamma_a = 180^\circ; \\ & \text{priešingu atveju,} \end{aligned} \end{cases} \quad (2.17)$$

čia t – parametrinės lygties parametras; $a = 1, \dots, e$.

Sudaromos lygčių sistemos iš (2.7) ir (2.17) lygčių ir apskaičiuojami judesio tiesės bei ribinių koordinačių susikirtimo taškai (x_{rl+1}^*, y_{rl+1}^*) ir $(x_{rl+1}^{**}, y_{rl+1}^{**})$ su pirmuoju aktyviu segmentu:

$$\begin{pmatrix} x_{rl+1}^* \\ y_{rl+1}^* \\ t_S \\ t_k \end{pmatrix} = \begin{cases} Kr_{xl}(t_k) - g_x^*(S_i(t_S)) = 0; \\ Kr_{yl}(t_k) - g_y^*(S_i(t_S)) = 0; \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\begin{pmatrix} x_{rl+1}^{**} \\ y_{rl+1}^{**} \\ t_S \\ t_k \end{pmatrix} = \begin{cases} Kr_{xl}(t_k) - g_x^{**}(S_i(t_S)) = 0; \\ Kr_{yl}(t_k) - g_y^{**}(S_i(t_S)) = 0, \end{cases} \quad (2.19)$$

čia t_k – tiesės parametras, t_S – suplanuotos trajektorijos S_i funkcijos parametras.

Iš gautų rezultatų atrenkami tik tie taškai, kurie tenkina šias sąlygas:

1. $(x_{rl+1}, y_{rl+1}) \rightarrow \mathcal{R}$;
2. $t_S \in [t_{i-1}, t_i]$ (2.11 pav.), priešingu atveju surastas taškas yra už suplanuotos trajektorijos ribų ir judesio koordinatės nėra tinkamos;

2.11 pav. Judesio tiesės ir ribinių koordinatžių susikirtimo taško paieškos schema

Fig. 2.11. Search scheme of motion straight line and marginal coordinates intersection point

3. $x_{rl+1} \neq x_{rl} \wedge y_{rl+1} \neq y_{rl}$, priešingu atveju surastas jau žinomas formuojamos trajektorijos taškas;
4. $R_{xy} = \text{sign}(x_{rl+1} - x_{rl}) \wedge R_{yj} = \text{sign}(y_{rl+1} - y_{rl})$, rasto judesio taško ir pjezoroboto judesio kryptys turi sutapti.

Apskaičiavus ir nustačius susikirtimo taškus, dar negalima nusakyti tinkamos judesio koordinatės. Susikirtimo taškų su kiekviena ribine koordinate kiekis yra požymis, padedantis nustatyti reikiamą judesio koordinatę. Pažymime atrinktų koordinačių (x_{rl+1}^*, y_{rl+1}^*) kiekį kintamuoju *kiekis*^{*}, koordinačių $(x_{rl+1}^{**}, y_{rl+1}^{**})$ kiekį kintamuoju *kiekis*^{**}.

Galimos kiekių reikšmės:

1. $\text{kiekis}^* = 1 \wedge \text{kiekis}^{**} = 0$ (2.11 pav.); rezultatas: $x_{rl+1} = x^*$, $y_{rl+1} = y^*$.
2. $\text{kiekis}^* > 1 \wedge \text{kiekis}^{**} = 0$ (2.12 pav.):

2.1 Skaičiuojamas atstumas nuo esamos pozicijos iki rastų judesio koordinačių:

$$\Delta r_j^* = \sqrt{(x_{rl} - x_{rj}^*)^2 + (y_{rl} - y_{rj}^*)^2}, j = 1, 2, \dots, \text{kiekis}^*. \quad (2.20)$$

2.2 Nustatomas koordinatės numeris j^* , kur $r_{\min}^* = \min(\Delta r^*)$.

2.3 Rezultatas $x_{rl+1} = x_{rj^*}^*, y_{rl+1} = y_{rj^*}^*$.

2.12 pav. Keleto susikirtimo taškų pavyzdys
Fig. 2.12. Example of several points of intersection

3. $\text{kiekis}^* = 0 \wedge \text{kiekis}^{**} = 1$: rezultatas $x_{rl+1} = x^{**}, y_{rl+1} = y^{**}$.
4. $\text{kiekis}^* = 0 \wedge \text{kiekis}^{**} > 1$:

4.1 Skaičiuojamas atstumas nuo esamos pozicijos iki rastų judesio koordinačių:

$$\Delta r_j^{**} = \sqrt{(x_{rl} - x_{rj}^{**})^2 + (y_{rl} - y_{rj}^{**})^2}, j = 1, 2, \dots, \text{kiekis}^{**}. \quad (2.21)$$

4.2 Nustatomas koordinatės numeris j^{**} , kur $r_{\min}^{**} = \min(\Delta r^{**})$.

4.3 Rezultatas $x_{rl+1} = x_{rj}^{**}, y_{rl+1} = y_{rj}^{**}$.

5. $\text{kiekis}^* > 0 \wedge \text{kiekis}^{**} > 0$ (2.13 pav.):

5.1 Pagal Nr.2 nustatomas koordinatės numeris j^* , kur $r_{\min}^* = \min(\Delta r^*)$.

5.2 Pagal Nr.4 nustatomas koordinatės numeris j^{**} , kur $r_{\min}^{**} = \min(\Delta r^{**})$.

5.3 Nustatomas koordinatės numeris i , kai $r_{\min} = \min(r_{\min}^*, r_{\min}^{**})$, $i = 1, 2$

5.4 Rezultatas:

$$x_{rl+1} = \begin{cases} x_{rj^*}^*, & \text{kai } i = 1; \\ x_{rj^{**}}^{**}, & \text{kai } i = 2; \end{cases}$$

$$y_{rl+1} = \begin{cases} y_{rj^*}^*, & \text{kai } i = 1; \\ y_{rj^{**}}^{**}, & \text{kai } i = 2. \end{cases}$$

2.13 pav. Susikirtimo taškų įvairiose ribinėse koordinatėse pavyzdys
Fig. 2.13. Example of intersection points in different marginal coordinates

6. $kiekis^* = 0 \wedge kiekis^{**} = 0$: susikirtimo taškų neegzistuoja.

Jei nėra tinkamų susikirtimo taškų, tai gali būti požymis, kad reikalingas funkcijos keitimas. Realiai judesio tiesė susikerta funkcijos S_{i-1} ribinėse koordinatėse, tačiau susikirtimo taškas yra už intervalo $[t_{i-1}, t_i]$ ribų, todėl jis nėra tinkamas. Judesio tiesė kirs funkcijos keitimo ribą taške (x_f, y_f) (2.14 pav.):

$$\begin{cases} \frac{y_f - y_{fg^*}}{y_{fg^{**}} - y_{fg^*}} = \frac{x_f - x_{fg^*}}{x_{fg^{**}} - x_{fg^*}}; \\ \frac{y_f - y_{rl}}{y_{rl+1} - y_{rl}} = \frac{x_f - x_{rl}}{x_{rl+1} - x_{rl}}. \end{cases} \quad (2.22)$$

2.14 pav. Susikirtimo su funkcijos keitimo riba pavyzdys
Fig. 2.14. Example of intersection with boundary of function change

Susikirtimo taškas turi tenkinti tokias sąlygas:

$$\begin{aligned} f_x &= (x_f \geq x_{fg^*} \wedge x_f \leq x_{fg^{**}}) \vee (x_f \leq x_{fg^*} \wedge x_f \geq x_{fg^{**}}); \\ f_y &= (y_f \geq y_{fg^*} \wedge y_f \leq y_{fg^{**}}) \vee (y_f \leq y_{fg^*} \wedge y_f \geq y_{fg^{**}}); \\ f &= f_x \wedge f_y. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Jei f yra teigiamas, vadinasi, kertama funkcijos keitimo riba. Tuomet pereinama prie kitos spleinų funkcijos $S_i \rightarrow S_{i+1}$ ir pakartojami aukščiau aprašyti skaičiavimai.

Jei f yra neigiamas, vadinasi, funkcijos keitimo riba nėra kertama ir aktyviu segmentu atlikti judesio neįmanoma. Tokia situacija gali atsirasti, kai nustatant reikiamą segmentą, parenkamas mažiausias kampas tarp mazgų ir judesio tiesės. Tačiau šis kampas neparodo, ar galima atlikti judesį su atrinktu segmentu. 2.15 pav. pateiktas pavyzdys, kai pirmuoju segmentu bus parinktas segmentas nr. 1, nes jo judesio kryptis sudaro mažesnę kampą $\theta_{1,2}$ su tiese tarp mazgų, nei antrasis segmentas $\theta_{1,2} < \theta_{2,1}$. Taigi masyve A segmentų eilės tvarka bus tokia: 1, 2. Segmentas nr. 3 neįtraukiamas, nes judesys šia kryptimi jau buvo atliktas. Kadangi su segmentu nr. 1 nėra susikirtimo taškų, todėl segmentas keičiamas kitu (nr. 2) ir pakartojami skaičiavimai. Jei segmentų yra daugiau nei 3, skaičiavimai kartojami su visais segmentais, tol kol nustatomos tinkamos susikirtimo koordinatės. Tačiau gali būti situacijų, kad nei su vienu segmentu atlikti judesio pagal S_i trajektoriją neįmanoma. Tada daroma prielaida, kad gali būti kertama ankstesnė funkcijos keitimo riba $S_i \rightarrow S_{i-1}$. Pakeitus suplanuotos trajektorijos funkciją, skaičiavimai pakartojami su visais matricoje A esančiais segmentais.

2.15 pav. Pirminių ir antrinių segmentų parinkimo pavyzdys
Fig. 2.15. Example of primary and secondary segments selection

Jei patikrinti visi segmentai ir visos S_i funkcijos, o trajektorija daugiau nėra kartojama, tada paskutinis judesio trajektorijos taškas bus judesio tiesės ir funkcijos keitimo ribos susikirtimo taškas.

Pagrindinis koordinatų paieškos algoritmas pavaizduotas 2.16 paveiksle.

Kontaktų perjungimo metodo bendrasis algoritmas pavaizduotas 2.17 paveiksle, čia kintamasis $Kartoti$ – suplanuotos trajektorijos kartojimo numeris, kuris $Kartoti = 1, \dots, r$, čia r – bendras trajektorijos kartojimų kiekis.

2.16 pav. Judesio koordinatų paieškos algoritmas
Fig. 2.16. Motion coordinates search algorithm

2.17 pav. Bendrasis kontaktų perjungimo algoritmas

Fig. 2.17. General switching contacts algorithm

Kadangi vykdant šį algoritmą yra nustatomas aktyvaus kontakto numeris J ir judesio koordinatės (x_r, y_r) , vadinasi galima apskaičiuoti poslinkio ilgį tarp rastų koordinatų:

$$[\Delta P_l] = \sqrt{(x_{rl} - x_{rl-1})^2 + (y_{rl} - y_{rl-1})^2}, \quad l = 2, 3, \dots \quad (2.24)$$

Apskaičiuotas dydis turi tenkinti sąlygą $\Delta P_l \geq \Delta P_{\min}$, čia $\Delta P_{\min}$ – pjezoroboto judesio skyra. Jei sąlyga yra netenkinama, tai pjezorobotas negalės atlikti judesio ir sustos. Todėl iškyla klausimas, koks turi būti mažiausias koordinačių g^* ir g^{**} atstumas $\varepsilon_{\min}$ nuo suplanuotos trajektorijos, kad pjezorobotas pereitų visą trajektoriją. Šios problemos sprendimas pateiktas 2.4.3 poskyryje.

2.4.2. Judesio trajektorijų formavimas kontaktų perjungimo metodu

Realizavus kontaktų perjungimo metodą, atlikti skaitiniai eksperimentai su įvairaus tipo trajektorijomis. Pateikiamos suformuotos trajektorijos ir apskaičiuoti kiekvienu atveju pjezoroboto judesio parametrai: J – aktyvaus kontakto numeris, ΔP – poslinkio ilgis, (x_r, y_r) – judesio koordinatės, l – perjungimo numeris.

Naudojant tiesinę interpoliaciją tarp mazgų $(0, 0)$, $(0,5, 0,5)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -0,9)$, $(1,5, 0)$, $(1, 1,2)$, $(0, 1,7)$ suplanuota laužtinė trajektorija. Judesio trajektorija formuojama, kai segmentų kiekis $c = 3$, $\alpha = 10^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,08$. Skaitinio eksperimento rezultatas pateiktas 2.18 paveiksle. Pjezoroboto judesio parametrai pateikti 2.1 lentelėje.

2.18 pav. Suformuota judesio trajektorija, kai $c = 3$, $\alpha = 10^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,08^*$

Fig. 2.18. Formed motion trajectory, when $c = 3$, $\alpha = 10^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0.08$

* Ši ir toliau pateiktos judesio trajektorijos pateiktos naudojant aplinką MATLAB.

Apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai suformuoti 2.18 paveiksle pateikti atvirai trajektorijai pateikti A priede.

Pastebėta, kad formuojant trajektoriją gali būti situacijų, kai ėjimas trajektorija pirmyn neįmanomas. Tuomet judesiu atgal pjezorobotas pastatomas į tokią poziciją, kad vėliau galėtų atlikti judesį pirmyn. Tačiau tokia judesio trajektorija gali turėti trūkumų. Kuo smailesniu kampu bus sudaromos ribos ir kuo arčiau ribinio kampo atsidurs pjezoroboto simetrijos centras, tuo judesio poslinkis bus mažesnis. Kadangi reikia įvertinti roboto judesio skyrą, tai yra tikimybė, kad $\Delta P_l < \Delta P_{\min}$. Tokiu atveju pjezorobotas sustos.

Vadinasi, reikia atlikti algoritmo korekciją: jei judesio tiesė susikerta su funkcijos keitimo riba, tada ieškoma susikirtimo taško ne su funkcijos S_{i+1} ribinėmis koordinatėmis, o su pačia funkcija S_{i+1} .

Atlikus algoritmo korekciją, pakartotas skaitinis eksperimentas su tais pačiais duomenimis. Suformuota judesio trajektorija pateikta 2.19 paveiksle.

2.19 pav. Suformuota judesio trajektorija atlikus algoritmo korekciją
Fig. 2.19. Formed motion trajectory after algorithm correction execution

Naudojant tiesinę interpoliaciją tarp mazgų $(0; 0,5)$, $(0,5; 0)$, $(-0,5; 0)$, $(0; 0,5)$, $(0; -0,5)$ suplanuota uždara trajektorija. Judesio trajektorija formuojama, kai $c = 3$, $\alpha = 45^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,03$. Eksperimento rezultatas pateiktas 2.20 paveiksle.

2.20 pav. Suformuota uždara judesio trajektorija kontaktų perjungimo metodu

Fig. 2.20. Formed close trajectory using switching contacts method

Apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota uždara trajektorija pateikti B priede.

Kontaktų perjungimo algoritmas patikrintas su kreivėmis. Suformuota atvira judesio trajektorija tarp mazgų (1,5, 1,5), (2, 2), (3, 1), (4, 2), (5, 1) ir (5,5, 1,5), kai $c = 3$, $\alpha = 60^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,08$. 2.21 paveiksle pateiktas eksperimento rezultatas.

2.21 pav. Trajektorijos formavimas, kai duota periodinė kreivė

Fig. 2.21. Trajectory formation, when periodic curve are given

Tarp mazgų (1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 1) ir (1, 1) suplanuota ciklinė trajektorija. Nustatyti pjezoroboto parametrai: $c = 3$, $\alpha = 40^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,1$. Rezultatas pateiktas 2.22 paveiksle.

2.22 pav. Suformuota judesio trajektorija, kai suplanuota trajektorija yra uždara kreivė

Fig. 2.22. Formed motion trajectory, when planned trajectory is closed curve

Apibendrinant atliktus skaitinius eksperimentus, galima teigti, kad kontaktų perjungimo algoritmas tinka, tiek judesio formavimui tiese, tiek ir kreivėmis. Atliktų eksperimentų rezultatai patvirtina kontaktų perjungimo algoritmo teisingumą.

2.4.3. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymas

Analizuojant pjezoroboto poslinkio ilgį, minėta, kad formuojant judesio trajektoriją būtina atsižvelgti į pjezoroboto judesio skyrą $\Delta P_{\min}$. Vadinasi, egzistuoja mažiausias atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos, kuris priklauso nuo pjezoroboto judesio skyros ir nuo pjezoroboto orientacijos kampo $\varepsilon_{\min}(\Delta P_{\min}, \alpha)$.

Paprastiausiu atveju, kai suplanuota trajektorija – tiesė (2.23 pav.), kiekvieni trajektorijai ir kiekvienam pjezoroboto elektrodo segmentui nuokrypis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$[\varepsilon] = \varepsilon_{i,J} = \Delta P_{\min} \left| \sin(\gamma_{i,J}(\alpha) - \phi_i) \right|, \quad (2.25)$$

čia i – suplanuotos trajektorijos numeris; J – segmento numeris; ϕ apskaičiuojamas pagal (2.2) formulę; γ apskaičiuojamas pagal (2.13) formulę.

2.23 pav. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymo schema

Fig. 2.23. Scheme of setting of minimum deviation from planned trajectory

Jei $\gamma_{i,j}(\alpha) - \phi_i = 0^\circ$, tai $\varepsilon_{i,j} = 0$.

Jei $\gamma_{i,j}(\alpha) - \phi_i = 90^\circ$, tai $\varepsilon_{i,j} = \Delta P_{\min}$.

Vadinasi $0 \leq \varepsilon_{\min} \leq \Delta P_{\min}$.

Bendras mažiausias atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos bus lygus:

$$\varepsilon_{\min} = \max([\varepsilon]). \quad (2.26)$$

Jei planuojamas judėjimas kreive, pirmiausia nustatoma visos kreivės vidutinė liestinės kampo su abscisių ašimi reikšmė:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n \phi_a, \quad (2.27)$$

čia ϕ_a – kreivės liestinės kampas taške a , a – kreivės taško numeris, n – taškų kiekis trajektorijoje, kuris $n \gg N$.

Žinant vidutinį liestinių kampą, pagal (2.25) ir (2.26) formules nustatomas mažiausias atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos.

2.5. Trajektorijos formavimo metodai su sukamuoju judesiu

2.5.1. Pjezoroboto posūkio apskaičiavimas

Kadangi formuojama judesio trajektorija su sukamuoju judesiu, pateikiamas pjezoroboto posūkio apskaičiavimas pagal suformuotą trajektoriją.

Pirmiausia pagal (2.15) formulę apskaičiuojami galimi posūkio kampai sukanant pjezorobotą pagal laikrodžio rodyklę ir prieš laikrodžio rodyklę. Iš gautos matricos atrenkamas mažiausias posūkio kampas θ , nustatoma posūkio kryptis $D = m$ (nurodo matricos stulpelio numeris) ir tiesiaiegiam judėjimui aktyvuojamo kontakto numeris J (nurodo eilutės numeris). Kiekvieną kartą pjezorobotui pasisukus, keičiasi pradinis pjezoroboto orientacijos kampas α , kuris po kiekvieno pasisukimo perskaičiuojamas:

$$\alpha_{i+1} = \begin{cases} \alpha_i - \theta, & \text{jei } D = 1; \\ \alpha_i + \theta, & \text{jei } D = 2. \end{cases} \quad (2.28)$$

Mažiausias posūkio kampas $\theta_{\min}$ priklauso nuo pjezoroboto geometrinių parametrų, tokių kaip vidinis pjezoroboto spindulys r_{vid} ir kontakto skersmuo d (2.24 pav.).

Posūkio kampas taip pat priklausys nuo mažiausio poslinkio $\lambda_{\min}$ sukimosi metu. Mažiausias posūkio kampas laipsniais apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\theta_{\min} = \frac{180^\circ \cdot \lambda_{\min}(M, \omega)}{\pi(r_{vid} + d/2)}, \quad (2.29)$$

čia M – pjezoroboto masė, ω – segmento žadinimo dažnis.

2.24 pav. Sukamojo judesio schema

Fig. 2.24. Scheme of rotation motion

Iš šios formulės matyti, kad kuo didesni pjezoroboto išmatavimai, tuo mažesniu kampu jis gali pasisukti esant pastoviam dydžiui λ . Vadinasi, tuo tiksliau galima atkartoti duotą trajektoriją. Todėl formuojant trajektoriją būtina atsižvelgti į šį parametą.

2.5.2. Trajektorijos formavimas nuo taško prie taško metodu

Metodas nuo taško prie taško tinka formuoti judesio trajektoriją tik tuo atveju, kai tarp mazgų atliekama tiesinė interpoliacija. Būtent šiuo metodu suformuota judesio trajektorija, sutampa su suplanuota trajektorija, t. y. $\varepsilon_{\max} \rightarrow 0$. Duotuose trajektorijos mazguose atliekamas sukamasis judesys. Jeigu $\theta < \theta_{\min}$, vadinasi posūkio atlikti negalima. Tuomet mazgas yra praleidžiamas ir pereinama prie kito mazgo. Tokia situacija galima, kai mazgai yra vienoje tiesėje.

Realizavus šį algoritmą, patikrinta, kokia bus suformuota trajektorija, šiuo metodu. Pasirinkti mazgai: (0; 0), (1; 0), (2; 0), (2; 1), (2; 2), (1; 2), (0; 2), (0; 1), (0; 0). Suformuota trajektorija pateikta 2.25 paveiksle. Pjezoroboto judesio parametrai apskaičiuoti, kai $c = 3$, $\alpha = \{30^\circ, 45^\circ\}$. Skaičiavimų rezultatai pateikti 2.1 lentelėje.

2.25 pav. Suformuota trajektorija nuo taško prie taško metodu

Fig. 2.25. Formed trajectory using point-to-point method

2.1 lentelė. Pjezoroboto judesio parametrai suformuoti pagal 2.25 pav. trajektorijai
Table 2.1. Motion parameters of piezorobot for formed trajectory in Fig. 2.25.

l	J	$\theta, ^\circ$	D	ΔP	x_r	y_r
$\alpha = 30^\circ$						
1	1, 2, 3	30	1	0	0	0
2	1	0	0	2	2	0
3	1, 2, 3	30	1	0	2	0
4	2	0	0	2	2	2
5	1, 2, 3	30	1	0	2	2
6	3	0	0	2	0	2
7	1, 2, 3	30	1	0	0	2
8	1	0	0	2	0	0
$\alpha = 45^\circ$						
1	1, 2, 3	45	1	0	0	0
2	1	0	0	2	2	0
3	1, 2, 3	30	1	0	2	0
4	2	0	0	2	2	2
5	1, 2, 3	30	1	0	2	2
6	3	0	0	2	0	2
7	1, 2, 3	30	1	0	0	2
8	1	0	0	2	0	0

Iš šios lentelės matyti, kad abiem atvejais formuojama trajektorija eina tik per taškus $(0,0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$ ir $(0, 0)$. Vadinasi, formuojama trajektorija tarp tų pačių mazgų bus sudaryta vienoda, nepriklausomai nuo pjezoroboto kontaktų kiekio, pradinio pjezoroboto orientacijos kampo. Nuo šių parametų priklausys tik pjezoroboto judesio parametų skaičiavimas.

2.5.3. Kontrolinių taškų metodas

Kontrolinio taško metodo principas – suskaidyti suplanuotą trajektoriją vienodo ilgio atkarpomis ($\Delta P \geq \Delta P_{\min}$), o taškuose jungiančiuose šias atkarpas atlikti posūkio tikrinimą (2.26 pav.). Šie taškai vadinami kontroliniais taškais.

2.26 pav. Suplanuotos trajektorijos skaidymo vienodo ilgio atkarpomis schema

Fig. 2.26. Scheme of the division of planned trajectory into equal length segments

Ieškant kontrolinių taškų koordinatų, pasirenkamas apskritimas, kurio spindulys ΔP . Apskritimo parametrinė lygtis atrodo taip:

$$\begin{cases} x_a = \Delta P \cos t; \\ y_a = \Delta P \sin t, \end{cases} \quad (2.30)$$

čia t – apskritimo parametrinės lygties parametras.

Analizuojant trajektorijas, pastebėta, kad nuokrypis nuo suplanuotos trajektorijos gali būti labai įvairus ir priklauso nuo trajektorijos kreivio. Vadinasi, dydis ΔP turi būti toks, kad atliekant judesį, atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos neviršytų didžiausio leistino nuokrypio $\varepsilon_{\max}$. Didžiausias nukrypimas įvyksta tuomet, kai trajektorijos kreivis yra didžiausias $\kappa_{\max}$ (2.27 pav.).

2.27 pav. Didžiausio nuokrypio pavyzdys

Fig. 2.27. Example of maximum deviation

Taigi $\Delta P(\kappa_{\max}, \varepsilon_{\max})$. Norint surasti šią priklausomybę, pirmiausia visoje suplanuotoje trajektorijoje surandamas taškas (x_k, y_k) , kuriame yra didžiausias kreivis. Žinoma, kad kreivės, aprašytos parametrinėmis lygtimis, kreivis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\kappa_i(t) = \frac{\frac{\partial S_{xi}}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 S_{yi}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 S_{xi}}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial S_{yi}}{\partial t}}{\left(\left(\frac{\partial S_{xi}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial S_{yi}}{\partial t} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.31)$$

Didžiausia kreivio reikšmė bus tada, kai

$$V_i(t) = \left(\left(\frac{\partial S_{xi}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial S_{yi}}{\partial t} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \rightarrow 0. \quad (2.32)$$

Vadinasi, funkcijos parametras $t_{\max}$ apskaičiuojamas sprendžiant lygtį

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = 0. \quad (2.33)$$

Iš gautų rezultatų atrenkami tik tie parametrai, kurie tenkina šias sąlygas:

1. $t_{\max i} \rightarrow \Re$;
2. $t_{\max i} \in [t_i, t_{i+1}]$, priešingu atveju surastas parametras yra už suplanuotos trajektorijos ribų.

Kiekvienos funkcijos S_i didžiausias kreivis $\kappa_i(t_{\max i})$ apskaičiuojamas pagal (2.31) formulę. Tuomet apskaičiuojamas suplanuotos trajektorijos taškas, kuriame yra didžiausias kreivės kreivis:

$$\begin{cases} x_\kappa = S_{xi}(t_{\max}) \\ y_\kappa = S_{yi}(t_{\max}) \end{cases}, \text{ kai } \kappa_{\max} = \max(|\kappa|). \quad (2.34)$$

Nustačius suplanuotos trajektorijos koordinatę, pagal (2.7) apskaičiuojamas taškas (x_g, y_g) esantis atstumu $\varepsilon_{\max}$ nuo (x_κ, y_κ) ir einantis išilgai normalės tame taške (2.28 pav.).

2.28 pav. Didžiausio nuokrypio nustatymo schema
Fig. 2.28. Scheme of determining maximum deflection

Šiuo atveju (2.7) formulėje esantis dydis z bus lygus:

$$z = \begin{cases} 1, & \text{kai } \kappa_{\max} \geq 0; \\ -1, & \text{kai } \kappa_{\max} < 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

Suradus tašką (x_g, y_g) , ieškomas taškas (x_{S1}, y_{S1}) , kuriame susikerta tiesė, einanti per taškus (x_g, y_g) , (x_{S1}, y_{S1}) ir funkcija S_i . Šios tiesės krypties koeficientas sutampa su taško (x_K, y_K) liestinės kryptimi. Vadinasi, tiesės krypties koeficientas k bus lygus:

$$k = \frac{\left. \frac{\partial S_{xi}}{\partial t} \right|_{t=t_{\max}}}{\left. \frac{\partial S_{yi}}{\partial t} \right|_{t=t_{\max}}} . \quad (2.36)$$

Koordinatės (x_{S1}, y_{S1}) apskaičiuojamos sprendžiant lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x_{S1} = S_{xi}(t); \\ y_{S1} = S_{yi}(t); \\ y_g - y_{S1} = k(x_g - x_{S1}). \end{cases} \quad (2.37)$$

Išsprendus šią lygčių sistemą, galima negauti nei vieno realaus sprendinio arba nebus tenkinama sąlyga: $t \in [t_i, t_{i+1}] \wedge t < t_{\max}$. Vadinasi, tiesė su funkcija S_i , susikirtimo taško neturi. Tokiu atveju pakartojami skaičiavimai su funkcija S_{i-1} . Keičiamos funkcijos ir skaičiavimai kartojami tol, kol bus surastas bendras susikirtimo taškas.

Analogiška (2.37) lygčių sistema sprendžiama ieškant antrojo tiesės taško (x_{S2}, y_{S2}) . Šiuo atveju, kai nėra susikirtimo taško, parenkama funkcija S_{i+1} .

Suradus abu taškus, apskaičiuojamas didžiausias galimas poslinkis:

$$\Delta P = \sqrt{(x_{S2} - x_{S1})^2 + (y_{S2} - y_{S1})^2} . \quad (2.38)$$

Žinant poslinkį sudaroma lygčių sistema, kurią išsprendus randami apskritimo ir suplanuotos trajektorijos susikirtimo taškai (2.26 pav.):

$$\begin{cases} x_{km+1} = \Delta P \cos t_a; \\ y_{km+1} = \Delta P \sin t_a; \\ x_{km+1} = S_{xi}(t_S); \\ y_{km+1} = S_{yi}(t_S), \end{cases} \quad m = 1, 2, \dots, \quad (2.39)$$

čia t_a ir t_S – susikirtimo taško parametrai.

Rastos kontrolinių taškų reikšmės turi tenkinanti šias sąlygas:

1. $(x_{km+1}, y_{km+1}) \rightarrow \mathfrak{R}$;
2. $t_S \in [t_{i-1}, t_i]$, priešingu atveju surastas taškas yra už suplanuotos trajektorijos ribų ir judesio koordinatės nėra tinkamos;
3. $x_{km+1} \neq x_{km} \wedge y_{km+1} \neq y_{km}$, priešingu atveju surastas jau žinomas formuojamos trajektorijos taškas;
4. $Tr_{xi} = \text{sign}(x_{km+1} - x_{km}) \wedge Tr_{yi} = \text{sign}(y_{km+1} - y_{km})$, t. y. surasto taško ir trajektorijos bendroji kryptis turi sutapti.

Jei nei vienas taškas netinka šių sąlygų, vadinasi, reikalingas funkcijos keitimas $S_i \rightarrow S_{i+1}$. Lygčių sistema (2.39) sprendžiama dar kartą.

Žinant kontrolinius taškus, formuojama galutinė judesio trajektorija, atsižvelgiant į galimą mažiausią posūkio kampą, t. y. nustatoma, ar esant taške (x_{rl}, y_{rl}) bus įmanomas sukamasis judesys taško (x_{km}, y_{km}) kryptimi (2.29 pav.).

2.29 pav. Trajektorijos formavimo atsižvelgiant į posūkio skyrą schema
Fig. 2.29. Scheme of trajectory formation depending on rotation resolution

Posūkio kampas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\theta_m = |\rho_m - \gamma_j|, \quad m = 1, 2, \dots; J = 1, \dots, c, \quad (2.40)$$

čia, γ apskaičiuojamas pagal (2.13) formulę; m – kontrolinio taško numeris;

$$\rho_m = \arctg \left(\frac{y_{km+1} - y_{rl}}{x_{km+1} - x_{rl}} \right).$$

Jei $\theta_m < \theta_{\min}$, tada $m = m + 1$ ir perskaičiuojama (2.40) formulė.

Judesio trajektorijos formavimo algoritmas pateiktas 2.30 paveiksle. Suformavus trajektoriją, skaičiuojami pjezoroboto judesio parametrai aprašyti 2.5.1 skyriuje.

2.30 pav. Judesio trajektorijos formavimo kontroliniais taškais algoritmas
Fig. 2.30. Motion trajectory formation algorithm using control points

Realizavus kontrolinių taškų algoritmą, atliktas skaitinis eksperimentas algoritmo patikrinimui. Parinkus trajektorijos mazgus, suplanuota trajektorija. Nustatyti šie formavimo parametrai: $c = 3$, $\alpha = 45^\circ$, $\varepsilon_{\max} = 0,05$, $r + d/2 = 200$. Apskaičiuotas didžiausio poslinkio ilgis $\Delta P = 0,27937$, mažiausias posūkio kampas $\theta_{\min} = 0,00229^\circ$. Suformuota trajektorija pateikta 2.31 paveiksle. Apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai pateikti C priede.

2.31 pav. Suformuota trajektorija kontrolinių taškų metodu

Fig. 2.31. Formed trajectory using control points method

Kiti trajektorijų formavimo pavyzdžiai trijų elektrodų segmentų atveju pateikti 2.32 ir 2.33 paveiksluose.

Atlikti skaitiniai eksperimentai, patvirtino kontrolinių taškų algoritmo matematinio modelio teisingumą. Iš pateiktų suformuotų trajektorijų pavyzdžių matoma, kad ši trajektorija praktiškai atkartoja suplanuotą trajektoriją. Kaip ir buvo tikėtasi, didesnis nukrypimas nuo trajektorijos yra ten, kur kreivės kreivis yra didesnis.

2.32 pav. Suformuota trajektorija, kai $\varepsilon = 0,06$, $\Delta P = 0,18058$

Fig. 2.32. Formed trajectory, when $\varepsilon = 0.06$, $\Delta P = 0.18058$

2.33 pav. Suformuota trajektorija, kai $\varepsilon = 0,1$, $\Delta P = 0,43877$

Fig. 2.33. Formed trajectory, when $\varepsilon = 0.1$, $\Delta P = 0.43877$

2.5.4. Liestinių metodas

Liestinių metodui taip pat reikalingas maksimalus atsilenkimas $\varepsilon_{\max}$ nuo suplanuotos trajektorijos. Pirmiausia patikrinama, ar galima judėti nuo esamo mazgo prie kito mazgo nekertant ribinių koordinačių g^* ir g^{**} . Tuo šis metodas panašus į metodą nuo taško prie taško, tik šiuo atveju suplanuota trajektorija yra kreivė.

Norint nustatyti, ar kertamos ribinės koordinatės, sprendžiamos dvi lygčių sistemos ir apskaičiuojami susikirtimo taškai:

$$\begin{cases} x_g^* = (x_{i+1} - x_i) \cdot t + x_i; \\ y_g^* = (y_{i+1} - y_i) \cdot t + y_i; \\ x_g^* = g_x^*(S_{xi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \\ y_g^* = g_y^*(S_{yi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x_g^{**} = (x_{i+1} - x_i) \cdot t + x_i; \\ y_g^{**} = (y_{i+1} - y_i) \cdot t + y_i; \\ x_g^{**} = g_x^{**}(S_{xi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \\ y_g^{**} = g_y^{**}(S_{yi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \end{cases} \quad (2.41)$$

Išsprendus abi lygčių sistemas, galima nusakyti, kiek susikirtimo taškų turi tiesė esanti tarp mazgų su kiekviena ribine koordinate. Susikirtimo taškai turi tenkinti šias sąlygas:

1. $(x_g^*, y_g^*) \rightarrow \Re \wedge (x_g^{**}, y_g^{**}) \rightarrow \Re$.
2. $t_S \in [t_{i-1}, t_i]$, priešingu atveju surastas susikirtimo taškas yra už suplanuotos trajektorijos ribų, todėl susikirtimo tyrinėjamame intervale nėra.

Jei susikirtimo taškų kiekis lygus 0, vadinasi, judesio tiesė tarp mazgų nekerta nei vienos ribinės koordinatės. Jei susikirtimo taškų kiekis bent su viena ribine koordinate lygus 1, tuomet judesio tiesė tarp mazgų eina liestine ribinėje koordinatėje. Vadinasi, abiem atvejais $x_{rl+1} = x_{i+1}$, $y_{rl+1} = y_{i+1}$. Tačiau, jei susikirtimo taškų kiekis bent su viena ribine koordinate yra daugiau nei 1, vadinasi, judesio tiesė kerta ribines koordinatas ir eiti nuo mazgo prie mazgo negalima. Ilgiausias atstumas, kurį gali nueiti pjezorobotas nuo esamos pozicijos (x_{rl}, y_{rl}) iki suplanuotos trajektorijos, bus, jei judesio tiesė kirs liestine ribines koordinatas (2.34 pav.).

2.34 pav. Trajektorijos formavimo liestinių metodu pavyzdys
Fig. 2.34. Example of trajectory formation using tangents method

Ieškant liestinės taško ribinėse koordinatėse, sprendžiamos dvi lygčių sistemos su kiekviena ribine koordinate:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t}(x_g^* - x_i) = (y_g^* - y_i); \\ x_g^* = g_x^*(S_{xi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \\ y_g^* = g_y^*(S_{yi}(t_S), \varepsilon_{\max}). \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t}(x_g^{**} - x_i) = (y_g^{**} - y_i); \\ x_g^{**} = g_x^{**}(S_{xi}(t_S), \varepsilon_{\max}); \\ y_g^{**} = g_y^{**}(S_{yi}(t_S), \varepsilon_{\max}). \end{cases} \quad (2.42)$$

Surastos koordinatės turi tenkinti aukščiau aprašytas sąlygas. Jei šias sąlygas tenkina keletas koordinatės, vadinasi, reikalingas taškas, kuris būtų mažiausiu atstumu nuo dabartinės pjezoroboto pozicijos (2.35 pav.).

2.35 pav. Liestinių taškų pavyzdys
Fig. 2.35. Example of tangents points

Suradus tinkamą liestinės tašką, apskaičiuojama judesio koordinatė, esanti vienoje liestinės tiesėje ir esanti suplanuotoje trajektorijoje. Sprendžiama lygčių sistema:

$$\begin{cases} x_{rl+1} = S_{xi}(t_S); \\ y_{rl+1} = S_{yi}(t_S); \\ x_{rl+1} = (x_g - x_{rl}) \cdot t + x_{rl}; \\ x_{rl+1} = (y_g - y_{rl}) \cdot t + y_{rl}. \end{cases} \quad (2.43)$$

Išsprendus šią lygčių sistemą galima gauti ne vieną sprendinį, todėl būtina parinkti tinkamą koordinatę. Reikalavimai judesio koordinatei yra šie:

1. $(x_{rl+1}, y_{rl+1}) \rightarrow \mathcal{R}$.
2. $t_S \in [t_{i-1}, t_i]$, priešingu atveju, surastas liestinės taškas yra už suplanuotos trajektorijos ribų.
3. Koordinatė (x_{rl+1}, y_{rl+1}) turi būti minimaliai nutolusi nuo koordinatės (x_{rl}, y_{rl}) , priešingu atveju yra galimybė, kad judesio tiesė kirs ribines koordinates (2.36 pav.). Todėl apsiribojama tik pirmąja koordinata.

2.36 pav. Judesio koordinatžių parinkimo schema

Fig. 2.36. Scheme of motion coordinates selection

Liestinių metodo algoritmas pateiktas 2.37 paveiksle.

2.37 pav. Judesio trajektorijų formavimo liestinių metodu algoritmas
Fig. 2.37. Motion trajectory formation algorithm using tangents method

Realizavus liestinių metodo algoritmą, atlikti skaitiniai eksperimentai. Eksperimento rezultatai pateikti 2.38 ir 2.39 paveiksluose.

2.38 pav. Atviros trajektorijos formavimas liestinių metodu, kai $\varepsilon = 0,05$
Fig. 2.38. Open trajectory formation using tangents method, when $\varepsilon = 0.05$

2.39 pav. Uždaros trajektorijos formavimas liestinių metodu, kai $\varepsilon = 0,05$
Fig. 2.39. Closed trajectory formation using tangents method, when $\varepsilon = 0.05$

Iš gautų rezultatų pastebima, kad artėjant prie mazgo labai sumažėja poslinkio ilgis, kuris gali būti kritinis, t. y. $\Delta P < \Delta P_{\min}$. Tokiu atveju robotas sustos nepasiekęs galutinio tikslo. Liestinių metodas papildomas naujomis sąlygomis. Sprendimo būdas pateiktas pseudokodu:

Jei $\Delta P < \Delta P_{\min} \wedge i < N - 1$, tai

ieškomas liestinės taškas funkcijos S_{i+1} ribinėse koordinatėse;
apskaičiuojamas susikirtimo taškas suplanuotoje trajektorijoje S_{i+1} ;
apskaičiuojama nauja poslinkio reikšmė ΔP .

Jei $\Delta P < \Delta P_{\min}$, tai

algoritmo vykdymo nutraukimas.

Priešingu atveju

Surastos judesio koordinatės $(x_{rl}; y_{rl})$.

Jei pabaiga

Priešingu atveju

algoritmo vykdymo nutraukimas.

Jei pabaiga

Įvedus papildomas sąlygas, eksperimentas pakartotas su tais pačiais parametrais. Judesio skyra $\Delta P_{\min} = 0,2$. Eksperimento rezultatai pateikti 2.40 ir 2.41 paveiksluose.

2.40 pav. Koreguotu liestinių metodu suformuota atvira judesio trajektorija
Fig. 2.40. Open motion trajectory formed by corrected tangents method

2.41 pav. Koreguotu liestinių metodu suformuota uždara judesio trajektorija

Fig. 2.41. Closed motion trajectory formed by corrected tangents method

Pjezoroboto judesio parametrai suformuotai uždarai trajektorijai pagal 2.41 paveikslą pateikti D priede.

Iš eksperimentų rezultatų matyti, kad liestinių metodas labiau tinka formuoti judesio trajektorijas, kai duota kreivė. Tačiau gali būti naudojamas ir su tiesėmis. Tada jis tampa panašus į metodą nuo taško prie taško. Kadangi liestinių algoritmo matematinis modelis yra sudėtingesnis, nerekomenduojama naudoti šio metodo, kai trajektorijos yra tiesės.

Liestinių algoritmu suformuotos trajektorijos pasižymi ilgomis atkarpomis. Tačiau daugiausiai problemų gali kilti esant staigiems kreivių posūkiams. Todėl šis algoritmas tinkamas formuoti judesio trajektorijas, kai suplanuotos trajektorijos kreivis neturi staigių reikšmių pokyčio.

2.5.5. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos apskaičiavimas

Sukurtuose kontrolinių taškų ar liestinių metoduose svarbu nustatyti mažiausią galimą atsilenkimą nuo suplanuotos trajektorijos. Priešingu atveju suformuota judesio trajektorija bus netiksli ar iškreipta dėl judesio skyros. Norint

apskaičiuoti mažiausią atsilenkimą $\varepsilon_{\min}$, sprendžiamas atvirkštinis 2.5.3 poskyryje aprašytas ir 2.28 pav. pateiktas uždavinys.

Kaip ir aukščiau aprašytame uždavinyje, pirmiausia ieškomas suplanuotos trajektorijos taškas (x_κ, y_κ) ir parametro t_κ reikšmė, kuriame $\kappa_{\max} = \max(|\kappa|)$. Šiuo atveju žinoma, kad atstumas tarp taškų (x_{S1}, y_{S1}) ir (x_{S2}, y_{S2}) yra lygus $\Delta P_{\min}$. Ši atkarpa yra lygiagreti liestinei einančiai per tašką (x_κ, y_κ) . Vadinasi, šių dviejų tiesių krypties koeficientai sutampa. Koordinates (x_{S1}, y_{S1}) ir (x_{S2}, y_{S2}) galima apskaičiuoti, sprendžiant lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x_{S1} = S_{xi}(t_1); \\ y_{S1} = S_{yi}(t_1); \\ x_{S2} = S_{xi}(t_2); \\ y_{S2} = S_{yi}(t_2); \\ \Delta P_{\min} = (x_{S2} - x_{S1})^2 + (y_{S2} - y_{S1})^2; \\ \left. \frac{\partial S}{\partial t} \right|_{t=t_\kappa} \cdot (x_{S2} - x_{S1}) = y_{S2} - y_{S1}. \end{cases} \quad (2.44)$$

Mažiausias atsilenkimas bus tada, kai tiesė, einanti per tašką (x_κ, y_κ) , bus statmena tiesei einančiai tarp taškų (x_{S1}, y_{S1}) ir (x_{S2}, y_{S2}) . Susikirtimo taškas (x_g, y_g) apskaičiuojamas sprendžiant lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \frac{x_g - x_{S1}}{x_{S2} - x_{S1}} = \frac{y_g - y_{S1}}{y_{S2} - y_{S1}}; \\ -\frac{1}{\left. \frac{\partial S}{\partial t} \right|_{t=t_\kappa}} \cdot (x_g - x_\kappa) = y_g - y_\kappa. \end{cases} \quad (2.45)$$

Tada mažiausias atsilenkimas bus lygus:

$$\varepsilon_{\min} = \sqrt{(x_g - x_\kappa)^2 + (y_g - y_\kappa)^2}. \quad (2.46)$$

Vadinasi pasirinktas nuokrypis nuo suplanuotos trajektorijos neturi būti mažesnis už apskaičiuotą atsilenkimą.

2.6. Antrojo skyriaus išvados

1. Atsižvelgiant į pjezoroboto judėjimo savybes, naudojamas elektrodų žadinimo schemas, planuojamos trajektorijos tipą bei įvertinant judesio skyrą, sukurti judesio trajektorijos formavimo metodai: naudojant vieno segmento žadinimo schemą tiesiaieigiam judėjimui sukurtas kontaktų perjungimo metodas; naudojant tiesiaieigio judesio generavimui vieno segmento ir sukamojo judesio generavimui visų segmentų žadinimo schemas, sukurti nuo taško prie taško, kontrolinių taškų ir liestinių metodai.

2. Su visais sukurtais metodais atlikti skaitiniai eksperimentai, kurie patvirtina judesio trajektorijų metodų matematinių modelių teisingumą.

3. Atlikus skaitinius eksperimentus su kontaktų perjungimo metodu, galima teigti, kad šis metodas tinkamas segti tam tikru tikslumu pateiktą bet kokio tipo trajektoriją valdant pjezorobotą paprasčiausiu būdu.

4. Išanalizavus suformuotas judesio trajektorijas, pastebėta, kad suplanuota trajektorija tiksliau atkartojama naudojant nuo taško prie taško ir kontrolinių taškų metodus. Palyginus abu šiuos metodus, galima teigti, kad nuo taško prie taško metodas skirtas formuoti judesį, kai planuojama trajektorija yra laužtė, o kontrolinių taškų metodas, kai trajektorija yra kreivė.

5. Kadangi nuo taško prie taško metodu tiesiaieigis judėjimas atliekamas tarp nustatytų mazgų, o sukamasis judesys tik mazguose, vadinasi, pjezoroboto vidutinis judesio greitis šiuo metodu suformuota trajektorija bus didžiausias.

6. Išanalizavus kontrolinių taškų metodu suformuotas trajektorijas, pastebėta, kad jos išsiskiria trumpomis judesio atkarpomis bei didesniu elektrodų segmentų perjungimo kiekiu, o tai sumažina vidutinį pjezoroboto judėjimo greitį. Todėl šis metodas gali būti taikomas tuo atveju, kai pjezorobotas per neribotą laiko tarpą turi tiksliai atkartoti pateiktą trajektoriją.

7. Išanalizavus liestinių metodu suformuotas trajektorijas, galima teigti, kad šis metodas skirtas formuoti trajektoriją, kuri būtų optimali judėjimo greičio atžvilgiu, tačiau išlaikytų judesio tikslumą. Pastebėta, kad šio metodo matematinis modelis yra sudėtingiausias, todėl reikalingos didesnės skaičiavimų sąnaudos.

8. Palyginus visus sukurtus judesio trajektorijų formavimo metodus, pastebėta, kad pjezoroboto judesio valdymas naudojant nuo taško prie taško, kontrolinių taškų ir liestinių metodus yra sudėtingesnis, nes atliekamas sukamasis judesys ir papildomai reikia įvertinti posūkio kampą ir posūkio kryptį.

Suformuotų judesio trajektorijų analizė

Sukurti trajektorijos formavimo metodai skirti generuoti trajektoriją naudojant skirtingas elektrodų segmentų žadinimo schemas. Trajektorijos formavimas priklauso nuo parametrų, tokių kaip judesio skyra, pjezoroboto orientacijos kampas, trajektorijos kreivis. Suformuotos trajektorijos pasižymi kiekybinėmis charakteristikomis, tokiomis kaip kontaktų perjungimo kiekis, trajektorijos tikslumas, judesio poslinkio ilgis. Kontaktų perjungimo kiekis ir judesio poslinkio dydis įtakoja pjezoroboto judėjimo greitį. Tikslumas priklauso nuo suplanuotos trajektorijos kreivio. Nuo taško prie taško algoritmu suformuotų trajektorijų charakteristikos nenagrinėtos dėl formavimo metodo paprastumo ir aiškumo.

Tyrimo tikslas – išanalizuoti suformuotų judesio trajektorijų kiekybines charakteristikas.

Tyrimo uždaviniai:

1. Atlikti kontaktų perjungimo algoritmu suformuotos trajektorijos elektrodų segmentų perjungimo kiekio ir poslinkio ilgio priklausomybių nuo pjezoroboto orientacijos kampo tyrimą.
2. Išanalizuoti sukurtais algoritmais suformuotos trajektorijos mažiausią atsilenkimą nuo suplanuotos trajektorijos.

3. Atlikti kontrolinių taškų ir liestinių metodais suformuotų trajektorijų lyginamąją analizę.
4. Išanalizuoti kontrolinių taškų metodu suformuotos trajektorijos tikslumą.

Skaitiniai eksperimentai atlikti techninių skaičiavimų aplinka MATLAB ir MAPLE simbolinių išraiškų įskiepiu.

Šiame skyriuje pateikiami eksperimentų rezultatai. Analizuojamos pagrindinių parametrų priklausomybės ir pateikiamos rekomendacijos norint suformuoti optimalią trajektoriją judėjimo greičio ar tikslumo atžvilgiu.

3.1. Trajektorijos formavimo metodų patikimumas ir taikymo ribos

2007–2009 metais atliktuose tyrimuose (Bansevičius 2007, 2008, 2009) buvo analizuojama kaip priklauso pjezoroboto judesys nuo jo geometrinių parametrų bei nuo elektrodų segmentų žadinimo dažnio ω . Vienareikšmiškai apibrėžti pjezoetiklių geometrinių parametrų ir žadinimo dažnio įtaką judesio skyrai yra sudėtinga. Reikalingi papildomi tiesiaegio judėjimo judesio skyros ir sukamojo judesio skyros skaičiavimai konkrečiam pjezoroboto modeliui. Todėl formuojant tiesiaegio judesio trajektoriją atsižvelgiama tik į šių parametrų skaitinę vertę: įvertinamas galimas mažiausias atsilenkimas $\varepsilon_{\min}(\Delta P_{\min})$ ir pjezoroboto poslinkio dydis $\Delta P \geq \Delta P_{\min}$; sukamojo judesio atveju, skaičiuojamas mažiausias posūkio kampas, kuris priklauso nuo sukamojo judesio skyros $\lambda_{\min}$ ir nuo geometrinių pjezoroboto parametrų $\theta_{\min}(\lambda_{\min}, R)$.

2008 metais atliktas didelės masės ir aukštos judesio skyros pjezorobotų pozicionavimo plokštumoje tyrimas, kuris parodė, kad (Bansevičius 2008) žadinant pjezorobotų segmentus harmoniniu signalu skirtingais dažniais, poslinkio priklausomybė nuo harmoninių virpesių periodų skaičiaus pakete, yra netiesinė (3.1 pav.) ir priklauso nuo pjezoroboto masės (3.2 pav.).

Todėl formuojant judesio trajektoriją, apibrėžiami tik poslinkių ilgiai, o ne impulsų skaičius, reikalingas atlikti apskaičiuotą poslinkį.

Suformuotos trajektorijos poslinkių ilgiai turės absoliutinę paklaidą:

$$\Delta p_l = P_{rl}(\omega, n, M) - \Delta P_l, \quad l = 1, 2, \dots, \quad (3.1)$$

čia $P_{rl}(\omega, n, M)$ – realus pjezoroboto judesio poslinkis; ΔP_l – apskaičiuotas poslinkis; n – impulsų kiekis pakete; M – pjezoroboto masė.

3.1 pav. Žiedinio pjzokeitiklio 74x66x21 mm poslinkio priklausomybės nuo impulsų skaičiaus harmoninių signalų pakete žadinant segmentus skirtingais dažniais (Bansevičius 2008)

Fig. 3.1. Piezoelectric ring's 74x66x21 mm displacement dependency from pulse number in harmonic signals package using different exciting frequencies (Bansevičius 2008)

Tuomet santykinė paklaida kiekvienam poslinkiui bus lygi:

$$\delta_{pl} = 1 - \frac{\Delta P_l}{P_{rl}(\omega, n, M)} \cdot 100\% . \quad (3.2)$$

Sukamojo judesio atveju posūkio kampo paklaidos apskaičiuojamos analogiškai:

$$\Delta \Theta_l = \theta_{rl}(\omega, n, M) - \theta_l , \quad (3.3)$$

$$\delta_{\Theta l} = 1 - \frac{\theta_l}{\theta_{rl}(\omega, n, M)} \cdot 100\% , \quad (3.4)$$

čia $\theta_{rl}(\omega, n, M)$ – realus pjzoroboto posūkio kampas; θ_l – apskaičiuotas pjzoroboto posūkio kampas.

3.2 pav. Žiedinio pjezokeitiklio 100x70x7 mm poslinkio priklausomybės nuo impulsų skaičiaus harmoninių signalų pakete (Bansevičius 2008)

Fig. 3.2. Piezoelectric ring's 100x70x7 mm displacement dependency from pulse number in harmonic signals package (Bansevičius 2008)

Trajektorių formavimo uždavinys sprendžiamas tarp mazgų planuojant vieno tipo trajektoriją (tik tiesės, arba kreivės).

Trajektorių formavimo algoritmai skirti formuoti judesio trajektorijas autonominiame režime, t. y. pirmiausia atliekamas judesio trajektorių formavimas bei apskaičiuojami pjezoroboto judesio valdymo parametrai. Po šių etapų vykdomas pjezoroboto judesio valdymas, kurio kontroliuoti realiu laiku negalima. Norint valdyti pjezoroboto judesį realiu laiku, būtina išspręsti trajektorių formavimo algoritmų optimizavimo uždavinį.

3.2. Judesio trajektorių suformuotų kontaktų perjungimo metodu kiekybinė analizė

3.2.1. Pjezoroboto optimalaus orientacijos kampo parinkimo tyrimas

Realizavus kontaktų perjungimo algoritmą, buvo atliktas skaitinis eksperimentas ir ištirta, kaip kontaktų perjungimo kiekis priklauso nuo pjezoroboto orientacijos kampo $N(\alpha)$.

Kadangi šis metodas tinkamas judesio formavimui tiek laužtėmis, tiek ir tolydžiomis kreivėmis, tyrimas sudarytas iš trijų etapų:

1. analizuojama priklausomybė $N(\alpha)$ formuojant judesio trajektoriją tarp dviejų mazgų, kai suplanuota trajektorija yra tiesė;
2. analizuojama priklausomybė $N(\alpha)$ formuojant judesio trajektoriją tarp daugiau nei dviejų mazgų, kai suplanuota laužtinė trajektorija;
3. analizuojama priklausomybė $N(\alpha)$, formuojant judesio trajektoriją tolydžia kreive.

Pirmajame etape tiriant priklausomybę $N(\alpha)$ pasirinkti du mazgai ir suplanuota tiesė tarp šių mazgų. Tačiau kontaktų perjungimo kiekis priklauso ir nuo suplanuotos tiesės orientacijos kampo ϕ , kuris apskaičiuojamas pagal (2.2) formulę. Vadinasi $N(\Delta k)$, čia $\Delta k = |\phi - \alpha|$.

Skaitinio eksperimento metu buvo pasirinkta tiesė, kurios kampas su x ašimi lygus $\phi = 45^\circ$, pjezoroboto orientacijos kampas keičiamas kas 10° . Analizuojama kontaktų perjungimo kiekio priklausomybė keičiant elektrodų sektorių kiekį $c = \{3, 6, 9\}$. Eksperimento metu $\varepsilon_{\max} = 0,005$. Tyrimo rezultatai pateikti 3.3 paveiksle.

3.3 pav. Pjezoroboto kontaktų perjungimo kiekio priklausomybės nuo skirtumo tarp pjezoroboto orientacijos kampo ir suplanuotos tiesės kampo x ašies atžvilgiu

Fig. 3.3. Dependencies of piezorobot contacts switching amount from difference between piezorobot orientation angle and the planned line angle to x axis

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad daugiausiai perjungimų buvo kai $\Delta k = \{60^\circ, 30^\circ, 20^\circ\}$. Esant pastoviam nuokrypiui nuo suplanuotos trajektorijos, kontaktų perjungimo kiekio priklausomybė nuo Δk yra netiesinė, tačiau pasižymi simetrija bei kartojimosi intervalu. Taip pat galima padaryti išvadą, kad didžiausias kontaktų perjungimo kiekis bus tada, kai $\Delta k = \frac{\beta}{2}$, kur β – kampas tarp elektrodų sektorių simetrijos ašių, apskaičiuojamas pagal (2.12) formulę.

Kai suplanuota trajektorija yra viena tiesė, optimaliausias pjezoroboto orientacijos kampas turi sutapti su suplanuotos tiesės kampu x ašies atžvilgiu, tada $N(\Delta k = 0) = 1$ ir $\varepsilon_{\min} \rightarrow 0$.

Išanalizuotas atvejis, kai trajektorija – viena tiesė. Tačiau trajektorija gali būti sudaryta iš daugiau nei dviejų mazgų. Tarp mazgų sudarytos tiesės turės skirtingus kampus su x ašimi, o pjezorobotas dinamiškai keisti orientacijos kampo negali.

Skaitinio eksperimento metu pasirinkti mazgai ir sudarytos trys laužtinės trajektorijos: atvira, uždara (3.4 pav.) bei kvadratas.

3.4 pav. Tyrimo metu naudotos atvira ir uždara trajektorijos
Fig. 3.4. Open and closed trajectories used during experiment

Nustatyti kontaktų perjungimo kiekiai ir vidutiniai pjezoroboto poslinkiai keičiant pjezoroboto orientacijos kampą kas 10° , kai $c = 3$, $\varepsilon_{\max} = 0,03$. Tyrimo rezultatai pateikti 3.5 paveiksle.

Iš pateiktų tyrimo rezultatų matyti, kad esant tam tikram pjezoroboto orientacijos kampui kiekvienoje trajektorijoje gali būti didžiausias ir mažiausias kontaktų perjungimo kiekis (3.5a pav.). Kai suplanuota trajektorija yra kvadratas, kontaktų perjungimo kiekis esant bet kokiam orientacijos kampui praktiškai išlieka pastovus.

3.5 pav. Eksperimentiškai nustatytos priklausomybės nuo pjezoroboto orientacijos kampo: a) $N(\alpha)$; b) $\Delta P_{\text{vid}}(\alpha)$

Fig. 3.5. Experimentally established dependences of orientation angle of piezorobot: a) $N(\alpha)$; b) $\Delta P_{\text{vid}}(\alpha)$

Iš 3.5b paveikslo matyti, kad poslinkio dydis taip pat priklauso nuo orientacijos kampo ir jis yra atvirkščiai proporcingas kontaktų perjungimo kiekiui

$$\Delta P \sim \frac{1}{N(\alpha)}.$$

Išanalizavus pasirinktas trajektorijas (3.1 lentelė), pastebėta, kad mažiausias kontaktų perjungimo kiekis yra tada, kai su visomis trajektorijos atkarpomis Δk

yra mažiausias. Taip pat reikia įvertinti ir atkarpos ilgį a , nes kuo ilgesnė atkarpa, tuo $\Delta k \rightarrow 0$.

3.1 lentelė. Analizuotų suplanuotų trajektorijų duomenys

Table 3.1. Data of analyzed planned trajectories

Koordinatės		a	$\phi, ^\circ$
Nuo	Iki		
Atvira trajektorija			
(0; 0)	(0,5; 1)	1,1	63,4
(0,5; 1)	(0,7; 0,6)	0,4	296,6
(0,7; 0,6)	(1,1; 0,9)	0,5	36,7
(1,1; 0,9)	(1,5; 0)	1	294
Uždara trajektorija			
(0; 0)	(-0,8; 1)	1,3	129
(-0,8; 1)	(1; 1)	1,8	0
(1; 1)	(0,2; 0)	1,3	231
(0,2; 0)	(0; 0)	0,2	180
Kvadratas			
(0; 0)	(0,5; 0)	0,5	0
(0,5; 0)	(0,5; 0,5)	0,5	90
(0,5; 0,5)	(0; 0,5)	0,5	180
(0; 0,5)	(0; 0)	0,5	270

Vadinasi, vidutinį orientacijos kampą galima apskaičiuoti pagal formulę:

$$\alpha_{vid} = \sum_{i=1}^K \left(\frac{a_i}{\sum_{i=1}^K a_i} \cdot \phi_i^* \right), \quad (3.5)$$

čia a – atkarpos ilgis; K – atkarpų kiekis;

$$\phi_i^* = \begin{cases} \phi_i, & \text{kai } x_{ri+1} - x_{ri} < 0 \\ \text{mod}(\phi_i, \beta), & \text{kai } x_{ri+1} - x_{ri} \geq 0 \end{cases}.$$

Apskaičiavus pagal (3.5) formulę pjezoroboto segmentų vidutinius orientacijos kampus, nustatyti kontaktų perjungimo kiekiai. Rezultatai pateikti 3.2 lentelėje ir 3.6 paveiksle.

3.2 lentelė. Pjezoroboto orientacijos kampų skaičiavimo rezultatai

Table 3.2. Results of orientation angle calculation of piezorobot

Trajektorija	$\alpha, ^\circ$	N
Atvira	$\{55^\circ, 175^\circ, 295^\circ\}$	16
Uždara	$\{109^\circ, 229^\circ, 349^\circ\}$	39
Kvadratas	$\{15^\circ, 135^\circ, 255^\circ\}$	35

3.6 pav. Suformuotos optimalios judesio trajektorijos
Fig. 3.6. Formed optimal motion trajectories

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad esant optimalių kampų reikšmėms apskaičiuotoms pagal (3.5) formulę gaunamas ne tik vidutinis kontaktų kiekis, tačiau gali būti ir mažiausias kontaktų perjungimo kiekis.

Optimalaus kampo nustatymo problema egzistuoja ir kai trajektorija yra kreivė. Planuojama trajektorija formuoja tarp tų pačių mazgų kaip ir aukščiau aprašytame tyrime. Šiuo atveju vietoje kvadrato bus suformuotas apskritimas. Išanalizuotos su šiomis trajektorijoms priklausomybės $N(\alpha)$ ir $\Delta P_{\text{vid}}(\alpha)$, kai $c = 3$, $\varepsilon_{\text{max}} = 0,03$, $\alpha = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120\}$. Tyrimo rezultatai pateikti 3.7 ir 3.8 paveiksluose.

3.7 pav. Kontaktų perjungimo kiekio priklausomybių nuo pjezroboto orientacijos kampo grafikas, kai suplanuota tolydi kreivė

Fig. 3.7. Dependencies of contacts switching amount from piezrobot orientation angle, when planned continuous curve

Palyginus šiuos tyrimo rezultatus su pateiktais 3.5 paveiksle, galima teigti, kad optimalius kampus galima apskaičiuoti pagal (3.5) formulę, kai reikalingas judėjimas tolydžia kreive. Kadangi parinkti tokie patys mazgai kaip ir aukščiau aprašytame tyrime, tai parinktų optimalių kampų reikšmės sutaps su 3.2 lentelėje pateiktais duomenimis (3.3 lentelė).

3.8 pav. Vidutinio poslinkio priklausomybių nuo pjezoroboto orientacijos kampo grafikas, kai suplanuota tolydi kreivė

Fig. 3.8. Dependencies of average displacement from piezorobot orientation angle, when planned continuous curve

3.3 lentelė. Pjezoroboto orientacijos kampų skaičiavimo rezultatai suplanuotoms tolydžioms kreivėms

Table 3.3. Results of calculated orientation angle of piezorobot for planned continuous curves

Trajektorija	$\alpha, ^\circ$	N
Atvira	$\{55^\circ, 175^\circ, 295^\circ\}$	18
Uždara	$\{109^\circ, 229^\circ, 349^\circ\}$	42
Apskritimas	$\{15^\circ, 135^\circ, 255^\circ\}$	24

Apibendrinant gautus rezultatus, galima teigti, kad (3.5) formulė tinkama formuoti optimalias judesio trajektorijas tiek su tiesėmis, tiek ir su kreivėmis (3.9 pav.). Kontaktų perjungimo kiekis artimas mažiausiam perjungimo kiekiui, o poslinkio ilgiai artimi didžiausiam poslinkio ilgiui. Vadinasi, esant tokiems parametrams pjezorobotas judės greičiau.

3.9 pav. Suformuotos trajektorijos nustačius pjedoroboto optimalius orientacijos kampus esant tolydžioms kreivėms

Fig. 3.9. Formed motion trajectories with calculated optimal orientation angle of piezorobot for planned continuous curves

3.2.2. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymo tyrimas

Analizuojant mažiausią atsilenkimą $\varepsilon_{\min}$ nuo suplanuotos trajektorijos buvo parinktos laužtinės trajektorijos 3.6 paveiksle su parinktais kiekvienai trajektorijai optimaliais pjedoroboto orientacijos kampais (3.2 lentelė). Keičiant judesio skiriamąją gebą $\Delta P_{\min} = \{0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01\}$ apskaičiuotas mažiausias atsilenkimas $\varepsilon_{\min}^*$ nuo suplanuotos trajektorijos pagal (2.26) formulę kiekvienai trajektorijai atskirai. Su gautomis reikšmėmis atliekami trajektorijų formavimo eksperimentai, kurie patvirtino, kad esant šioms mažiausio atsilenkimo reikšmėms, suplanuota trajektorija yra pilnai praeinama.

Žinant tikėtiną mažiausio atsilenkimo reikšmę, atliekami skaitiniai eksperimentai, kurių metu nustatomi mažiausi nuokrypiai nuo trajektorijos $\varepsilon_{\min}$, t. y. nustatoma, kokiai reikšmei esant suplanuota trajektorija bus praeita ne visa. Apskaičiuotos santykinės paklaidos δ_{ε} . Skaičiavimų rezultatai pateikti 3.4 lentelėje.

3.4 lentelė. Apskaičiuotų ir eksperimentiškai nustatytų mažiausių atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės

Table 3.4. Calculated and experimentally obtained minimum deflection values from planned trajectory

$\Delta P_{\min}$	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
Atvira trajektorija ($\alpha = 55^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0489	0,0391	0,0293	0,0196	0,0098
$\varepsilon_{\min}$	0,0245	0,0199	0,0156	0,00982	0,0049
δ_{ε}	0,499	0,491	0,468	0,499	0,5
Uždara trajektorija ($\alpha = 109^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,04919	0,03935	0,02952	0,01968	0,00984
$\varepsilon_{\min}$	0,04771	0,03783	0,02837	0,01892	0,00946
δ_{ε}	0,03	0,039	0,039	0,039	0,039
Kvadratas ($\alpha = 15^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0483	0,03864	0,02898	0,01932	0,00966
$\varepsilon_{\min}$	0,0483	0,03864	0,02843	0,01932	0,00966
δ_{ε}	0	0	0,019	0	0

Iš gautų tyrimo rezultatų matyti, kad apskaičiuota $\varepsilon_{\min}^*$ reikšmė gali žymiai skirtis nuo tikrosios reikšmės ($0 \leq \delta_{\varepsilon} \leq 0,5$). Šis didelis reikšmių skirtumas gali atsirasti dėl suplanuotos trajektorijos savybių, tokių kaip mazgų kiekis, įvairūs trajektorijos atkarpų krypčių koeficientai.

Analogiškas tyrimas atliktas su kreivėmis (3.9 pav.), kai pjezoroboto orientacijos kampai parinkti iš 3.3 lentelės. Keičiant judesio skyrą $\Delta P_{\min} = \{0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01\}$ apskaičiuotas mažiausias atsilenkimas

nuo suplanuotos trajektorijos pagal (2.27) ir (2.26) formules kiekvienai trajektorijai atskirai. Tyrimo rezultatai pateikti 3.5 lentelėje.

3.5 lentelė. Apskaičiuotų ir eksperimentiškai nustatytų mažiausių atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės, kai suplanuota tolydi kreivė

Table 3.5. Calculated and experimentally obtained minimum deflection from planned trajectory values, when planned continuous curves

$\Delta P_{\min}$	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
Atvira trajektorija ($\alpha = 55^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0493	0,0394	0,0296	0,0197	0,0098
$\varepsilon_{\min}$	0,025	0,0197	0,0147	0,0098	0,0049
δ_ε	0,493	0,5	0,503	0,503	0,5
Uždara trajektorija ($\alpha = 109^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0314	0,0251	0,0188	0,0125	0,0063
$\varepsilon_{\min}$	0,0356	0,0285	0,0215	0,0144	0,0072
δ_ε	-0,134	-0,136	-0,144	-0,152	-0,143
Apskritimas ($\alpha = 15^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0477	0,0382	0,0286	0,0191	0,0095
$\varepsilon_{\min}$	0,045	0,0341	0,0256	0,0172	0,0086
δ_ε	0,057	0,107	0,105	0,1	0,095

Iš gautų tyrimo rezultatų matyti, kad esant uždarai kreivei apskaičiuotas minimalus nuokrypis nuo suplanuotos trajektorijos $\varepsilon_{\min} > \varepsilon_{\min}^*$. Vadinasi esant $\varepsilon_{\min}^*$ reikšmei ne visa suplanuota trajektorija bus praeita. Taip pat esant atvirai trajektorijai yra pakankamai didelis skirtumas tarp apskaičiuotos ir eksperimentiškai nustatytos minimalios reikšmės (daugiau nei 50 %). Analizuotos atvira ir uždara kreivės pasižymi tuo, kad jų kreiviai yra nuolat kintantys, todėl reikia atlikti skaičiavimų korekciją, o apskritimo kreivis yra pastovus, arba gali būti nedideli svyravimai nuo kreivio reikšmės ir skaičiavimų korekcija yra nereikalinga. Norint nustatyti, ar reikalinga skaičiavimų korekcija, apskaičiuojamas kreivės kreivio standartinis nuokrypis pagal formulę:

$$\sigma_{\kappa} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\kappa_i - \bar{\kappa})^2}, \quad (3.6)$$

čia κ_i – i -ojo kreivės taško kreivis; n – kreivės taškų kiekis, kuris $n \gg N$; $\bar{\kappa}$ – vidutinis kreivės kreivis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \kappa_i. \quad (3.7)$$

Apskaičiuojamas variacijos koeficientas:

$$C_v = \frac{\sigma_{\kappa}}{\bar{\kappa}}. \quad (3.8)$$

Išanalizavus įvairias kreives, eksperimentiškai nustatyta, kad variacijos koeficientui esant $C_v \leq 0,5$, skaičiavimų korekcija nereikalinga, priešingu atveju reikia atlikti skaičiavimų korekciją. Tada (2.25) formulė atrodys taip:

$$\varepsilon_{\min J} = \Delta P_{\min} \left| \sin \left((\bar{\phi} - \sigma_{\phi}) - \gamma_{i,J}(\alpha) \right) \right|, \quad (3.9)$$

$$\text{čia } \sigma_{\phi} = \begin{cases} 0, & \text{jei } C_v \leq 0,5 \\ \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\phi_i - \bar{\phi})^2}, & \text{jei } C_v > 0,5 \end{cases}.$$

Mažiausias nuokrypis nuo kreivės bus apskaičiuojamas taip:

$$\varepsilon_{\min} = \begin{cases} \max(\varepsilon_{\min J}), & \text{jei } C_v \leq 0,5; \\ \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \varepsilon_{\min J}, & \text{jei } C_v > 0,5, \end{cases} \quad (3.10)$$

čia c – pjezoroboto elektrodų segmentų kiekis.

Pakartotas eksperimentas su atvira ir uždara trajektorijomis. Kadangi apskritimo kreivis yra pastovus ($C_v \leq 0,5$), todėl šiai kreivei rezultatai sutampa su 3.5 lentelėje pateiktais duomenimis. Nauji eksperimento rezultatai pateikti 3.6 lentelėje.

Iš gautų tyrimo rezultatų matyti, kad šiuo atveju bus nueitas visas atstumas trajektorija. Taip pat sumažėjo atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės bei mažesnės yra santykinės paklaidos.

Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos priklausomybė nuo pjezoroboto judesio skyros pateikta 3.10 paveiksle.

3.6 lentelė. Apskaičiuotų su korekcija mažiausių atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos kreivės reikšmės

Table 3.6. Values of calculation with correction minimum deflection from planned trajectory

$\Delta P_{\min}$	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
Atvira trajektorija ($\alpha = 55^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0273	0,0218	0,0164	0,0109	0,0055
$\varepsilon_{\min}$	0,025	0,0197	0,0147	0,0098	0,0049
δ_ε	0,0842	0,0963	0,1037	0,1009	0,1091
Uždara trajektorija ($\alpha = 109^\circ$)					
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0427	0,0341	0,0256	0,0171	0,0085
$\varepsilon_{\min}$	0,0356	0,0285	0,0215	0,0144	0,0072
δ_ε	0,1663	0,1642	0,1602	0,1579	0,1529

3.10 pav. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos priklausomybės nuo judesio skyros

Fig. 3.10. Dependency of minimal deflection from the planned path from motion resolution

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad mažiausias atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos tiesiškai priklauso nuo judesio skyros, nes esant tai pačiai trajektorijai reikšmės priklauso tik nuo $\Delta P_{\min}$.

3.2.3. Kontaktų perjungimo kiekio tyrimas

Nustačius optimalų pjektoroboto orientacijos kampą α ir apskaičiavus minimalų atsilenkimą nuo suplanuotos trajektorijos $\varepsilon_{\min}$, išanalizuota kontaktų perjungimo kiekio priklausomybė nuo atsilenkimo $N(\varepsilon)$.

Pirmajame tyrimo etape ištirtos priklausomybės, kai trajektorija yra tiesė. Skaitinio eksperimento metu pasirinkta tiesė, kurios kampas su x ašimi lygus $\phi = 45^\circ$, pjektoroboto orientacijos kampas keičiamas kas 20° $\alpha = \{5, 25, 45, 65, 85, 105, 125, 145, 165\}$, didžiausias atsilenkimas nuo suplanuotos tiesės $\varepsilon_{\max} = \{5 \cdot 10^{-6}, 1 \cdot 10^{-5}, 2 \cdot 10^{-5}\}$. Tyrimo rezultatai, kai pjektorobotas sudarytas iš trijų elektrodų segmentų, pateikti 3.11 paveiksle.

3.11 pav. Kontaktų perjungimo kiekių priklausomybės nuo skirtumo tarp pjektoroboto orientacijos kampo ir suplanuotos tiesės kampo x ašies atžvilgiu

Fig. 3.11. Dependency of contact switching amount from difference between piezorobot orientation angle and the angle of the planned line to x axis

Šis tyrimas dar kartą patvirtino, kad esant tai pačiai trajektorijai, daugiausiai perjungimų yra kai $\Delta k = \frac{\beta}{2}$.

Tačiau, jei nuokrypis sumažinamas du kartus, kontaktų perjungimų kiekis taip pat padidėja du kartus. Vadinasi kontaktų perjungimo kiekis atvirkščiai proporcingas didžiausiam nuokrypiui nuo suplanuotos trajektorijos $N \sim \frac{1}{\varepsilon_{\max}}$.

Kontaktų perjungimo kiekio priklausomybė nuo atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos išanalizuota, kai duota daugiau nei du mazgai. Eksperimentui pasirinktos aukščiau aprašytos kreivės (3.6, 3.9 pav.) ir atitinkamai parinkti optimalūs pjezoroboto kampai. Kai suplanuotos laužytos trajektorijos, tyrimų rezultatai pateikti 3.12 paveiksle. Kai suplanuotos kreivės – 3.13 paveiksle.

3.12. pav. Kontaktų perjungimo kiekio priklausomybių nuo atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos grafikas, kai judama laužyta trajektorija

Fig. 3.12. Graphic of dependencies of contacts switching amount from deflection from the planned trajectory, when movement is made by broken trajectory

Iš gautų tyrimo rezultatų matyti, kad, kaip ir vienos tiesės atveju, kontaktų perjungimo kiekis yra atvirkščiai proporcingas atsilenkimui nuo suplanuotos trajektorijos.

Apibendrinant tyrimo rezultatus, galima teigti, kad kontaktų perjungimo kiekis priklauso nuo trajektorijos tipo, pjezoroboto orientacijos kampo ir nuo didžiausio leistino atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos.

3.13 pav. Kontaktų perjungimo kiekio priklausomybių nuo atsilenkimo nuo trajektorijos grafikas, kai suplanuotos trajektorijos yra kreivės

Fig. 3.13. Graphic of dependencies of contacts switching amount from deflection from the planned trajectory, when planned trajectory is curves

3.3. Judesio trajektorijų lyginamoji analizė

3.3.1. Mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos nustatymo tyrimas

Analizuojant mažiausią nuokrypį $\varepsilon_{\min}$ formuojant trajektorijas kontrolinių taškų ir liestinių metodais, buvo parinktos atvira ir uždara kreivės pateiktos 3.14 paveiksle.

Keičiant judesio skyrą $\Delta P_{\min} = \{0,2; 0,17; 0,14; 0,11; 0,08; 0,05\}$ apskaičiuotas mažiausias atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos $\varepsilon_{\min}^*$ pagal metodiką aprašytą 2.5.5 poskyryje. Su gautomis reikšmėmis atliekami trajektorijų formavimo eksperimentai, kurie patvirtino, kad esant šioms mažiausio atsilenkimo reikšmėms, suplanuota trajektorija yra pilnai praeinama.

Taip pat atlikti skaitiniai eksperimentai, kurių metu nustatytos mažiausių atsilenkimų nuo trajektorijos $\varepsilon_{\min}$ reikšmės. Įvertintos santykinės paklaidos δ_{ε} . Skaičiavimų ir eksperimento rezultatai pateikti 3.7 lentelėje.

Analogiškas tyrimas atliktas formuojant judesio trajektorijas liestinių metodu. Skaičiavimų ir eksperimento rezultatai pateikti 3.8 lentelėje. 3.15 paveiksle pateiktas mažiausio atsilenkimo priklausomybių nuo judesio skyros grafikas.

3.14 pav. Suformuotos trajektorijos kontrolinių taškų metodu
Fig. 3.14. Trajectories formed using control points method

3.7 lentelė. Apskaičiuotų ir eksperimentiškai nustatytų mažiausių atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės naudojant kontrolinių taškų metodą

Table 3.7. Calculated and experimentally obtained minimum deflection from planned trajectory values using control points method

$\Delta P_{\min}$	0,2	0,17	0,14	0,11	0,08	0,05
Uždara trajektorija						
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0674	0,0494	0,0339	0,0212	0,0114	0,0045
$\varepsilon_{\min}$	0,0653	0,0488	0,0276	0,015	0,0115	0,0048
δ_{ε}	0,0312	0,0121	0,1858	0,2925	0,0088	0,0667
Atvira trajektorija						
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0209	0,0151	0,0103	0,0064	0,0034	0,0013
$\varepsilon_{\min}$	0,0205	0,0134	0,009	0,0063	0,0032	0,0012
δ_{ε}	0,0191	0,1126	0,1262	0,0156	0,0588	0,0769

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad apskaičiuotos judesio trajektorijos mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos santykinės paklaidos platesnis kitimo intervalas pastebimas su uždara trajektorija (nuo 0,8 % iki 29 %).

3.8 lentelė. Apskaičiuotų ir eksperimentiškai nustatytų mažiausių atsilenkimų nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės naudojant liestinių metodą

Table 3.8. Calculated and experimentally obtained minimum deflection from planned trajectory values using tangents method

$\Delta P_{\min}$	0,2	0,17	0,14	0,11	0,08	0,05
Uždara trajektorija						
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0674	0,0494	0,0339	0,0212	0,0114	0,0045
$\varepsilon_{\min}$	0,0651	0,0479	0,0345	0,0205	0,0112	0,0047
δ_{ε}	0,0341	0,0304	0,0177	0,0330	0,0175	0,0444
Atvira trajektorija						
$\varepsilon_{\min}^*$	0,0209	0,0151	0,0103	0,0064	0,0034	0,0013
$\varepsilon_{\min}$	0,0174	0,0136	0,0097	0,0063	0,0031	0,0011
δ_{ε}	0,1675	0,0993	0,0583	0,0156	0,0882	0,1538

3.15 pav. Mažiausio atsilenkimo priklausomybės nuo judesio skyros grafikas

Fig. 3.15. Graphic of dependence on minimum deflection and motion resolution

Esant tai pačiai uždarei trajektorijai, tačiau sumažinus judesio skyros reikšmę nuo 0,17 iki 0,14 (0,8 karto), santykinė paklaida staiga padidėja apie 15 kartų. Tokio didelio santykinės paklaidos šuolio nėra apskaičiuavus santykinę paklaidą su atvira trajektorija. Čia santykinės paklaidos kinta intervale nuo 1,5 % iki 12 %. Šio tyrimo rezultatai patvirtina, kad mažiausio atsilenkimo reikšmė gali priklausyti nuo pačios planuojamos trajektorijos ir nuo pjezoroboto judesio skyros.

Atlikus liestinių metodų suformuotų trajektorių atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos santykinį paklaidų analizę, pastebima, kad tiksliausiai buvo apskaičiuota atsilenkimo reikšmė esant uždarei trajektorijai. Šiuo atveju santykinė paklaida neviršijo 5 %. Esant atvirai trajektorijai santykinės paklaidos kito intervale nuo 1,6 % iki 17 %.

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad mažiausio atsilenkimo reikšmės radimo metodika yra tinkama tiek kontrolinių taškų, tiek ir liestinių metodui. Atlikus abiejų tyrimų lyginamąją analizę, galima teigti, kad tiksliausiai nustatoma atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos reikšmė formuojant judesio trajektoriją liestinių metodų. Priešingai nei kontaktų perjungimo metodu, mažiausio nuokrypio priklausomybė nuo judesio skyros yra netiesinė.

3.3.2. Kontaktų perjungimo kiekio palyginimas

Atliekant aukščiau aprašytą tyrimą, išanalizuota kontaktų perjungimo kiekio priklausomybė nuo poslinkio ilgio $N(\Delta P_{\min})$, formuojant trajektorijas kontrolinių taškų ir liestinių metodais. Tyrimo rezultatai pateikti 3.16 paveiksle.

Iš gautų tyrimo rezultatų matyti, kad trajektorijoje suformuotoje liestinių metodų yra žymiai mažiau kontaktų perjungimų. Todėl galima teigti, kad pjezoroboto judėjimo greitis liestinių metodų suformuota trajektorija bus didesnis nei judant trajektorija, suformuota kontrolinių taškų metodu.

Pastebima, kad kontaktų perjungimo metodu pjezoroboto kontaktų perjungimo kiekis padidės tiek kartų kiek kartų sumažės poslinkio ilgis. Vadinasi,

$$N \sim \frac{1}{\Delta P}. \text{ Kadangi } \varepsilon \sim \Delta P, \text{ tai } N \sim \frac{1}{\varepsilon(\Delta P)}.$$

Kontaktų perjungimo kiekis priklauso nuo suformuotos trajektorijos taškų kiekio:

$$N_{\max} = 2T - 1, \quad (3.11)$$

čia T – suformuotos trajektorijos taškų kiekis.

Su pasirinktomis trajektorijomis (3.14 pav.) išanalizuota suformuotos trajektorijos taškų kiekio priklausomybė nuo kreivės kreivumo spindulio r . Priklausomybė $T(r)$ ištirta, kai mažiausias poslinkis $\Delta P_{\min} = \{0,17; 0,11; 0,05\}$. Kontro-

linių taškų metodu suformuotos trajektorijos taškų kiekio priklausomybės nuo kreivės kreivumo spindulio grafikai pateikti 3.16 ir 3.17 paveiksluose.

3.16 pav. Kontaktų perjungimo kiekio priklausomybės nuo poslinkio ilgio
Fig. 3.16. Dependency of contact switching amount from length of displacement

3.16 pav. Kontrolinių taškų metodu suformuotos uždaros trajektorijos taškų kiekio priklausomybė nuo kreivės kreivumo spindulio
Fig. 3.16. Dependency of point amount in closed trajectory formed using control points method, from curvature radius

3.17 pav. Kontrolinių taškų metodu suformuotos atviros trajektorijos taškų kiekio priklausomybė nuo kreivės kreivumo spindulio

Fig. 3.17. Dependency of point amount in open trajectory formed using control points method, from curvature radius

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad kontrolinių taškų metodu suformuotos trajektorijos taškų kiekis žymiai padidėja, kai $r < 2$. Vadinasi, mažėjant kreivės kreivumo spinduliui ir mažėjant poslinkio ilgiui, kontaktų perjungimų kiekis pagal (3.11) formulę sparčiai didėja.

Liestinių metodu suformuotos trajektorijos taškų kiekio priklausomybių nuo kreivės kreivumo spindulio grafikai pateikti 3.18 ir 3.19 paveiksluose. Didėjant kreivės kreivumo spinduliui visais atvejais kontaktų perjungimo kiekis artėja prie 2 perjungimų arba gali būti lygus 0.

Kaip ir buvo tikėtasi, liestinių metodu suformuotų trajektorijų taškų yra žymiai mažiau nei suformuotų kontrolinių taškų metodu. Didesnis taškų kiekis pastebimas, kai $r < 1,6$. Atviros suformuotos kontrolinių taškų metodu trajektorijos taškų kiekis, kai judesio skyra $\Delta P_{\min} = 0,05$ ir $r = 1$, yra 8 kartus didesnis nei tos pačios trajektorijos suformuotos liestinių metodu. Palyginus suformuotos uždarnos trajektorijos taškų kiekius abiejų metodų atveju, pastebima, kad kontrolinių taškų metodu suformuotos trajektorijos taškų kiekis yra tik 2 kartus didesnis nei trajektorijos suformuotos liestinių metodu, esant vienodam kreivės kreivumo spinduliui.

3.18 pav. Liestinių metodu suformuotos uždaros trajektorijos taškų kiekio priklausomybės nuo kreivės kreivumo spindulio

Fig. 3.18. Dependency of point amount in closed trajectory formed using tangents method, from curvature radius

3.19 pav. Liestinių metodu suformuotos atviros trajektorijos taškų kiekio priklausomybės nuo kreivės kreivumo spindulio

Fig. 3.19. Dependency of point amount in open trajectory formed using tangents method, from curvature radius

Šiam suformuotų taškų kiekiui santykiui turi įtakos pačių suplanuotų trajektorijų parametrai, t. y. kreivės vidutinio kreivio $\bar{\kappa}$ ir kreivio standartinio nuokrypio σ_{κ} reikšmės. Šie suplanuotų trajektorijų parametrai pateikti 3.9 lentelėje.

3.9 lentelė. 3.14 paveiksle pateiktų suplanuotų trajektorijų parametrai
Table 3.9. Parameters of planned trajectories in Fig. 3.14.

Uždara trajektorija			
$\bar{\kappa}$	7,3463	σ_{κ}	12,7215
Atvira trajektorija			
$\bar{\kappa}$	5,1489	σ_{κ}	3,3828

Iš lentelės matyti, kad uždaros trajektorijos kreivis nuo vidutinės reikšmės keičiasi 4 kartus daugiau nei atviros trajektorijos. Vadinas, kreivės kreivumo spinduliui artėjant prie 0, pjedoroboto judėjimo tiesė tiesiog kerta kreivės viršūnę, t. y. praktiškai judama ribinių koordinačių liestine (3.14 pav.). Todėl trajektorijos taškų kiekis yra artimas liestinių metodu suformuotos trajektorijos taškų kiekiui.

Apibendrinant, galima teigti, kad kuo didesnė suplanuotos trajektorijos kreivio standartinio nuokrypio reikšmė, tuo kontrolinių taškų metodas tampa panašus į liestinių metodą, kreivės kreivumo spinduliui artėjant prie 0.

Atlikus abiejų metodų lyginamąją analizę, galima teigti, kad pjedoroboto judėjimo greitis liestinių metodu suformuota trajektorija vis dėlto bus didesnis nei kontrolinių taškų metodu netgi kreivės kreivumo spinduliui artėjant prie 0.

3.3.3. Judesio trajektorijos tikslumo tyrimas

Kontrolinių taškų metodu suformuotos trajektorijos tikslumo analizei pasirinktos 3.14 paveiksle pateiktos trajektorijos.

Keičiant judesio skyrą $\Delta P_{\min} = \{0,2; 0,17; 0,14; 0,11; 0,08; 0,05\}$ nustatytas mažiausias $\varepsilon_{\min}$ ir didžiausias $\varepsilon_{\max}$ atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos. Tyrimo rezultatai pateikti 3.20 paveiksle.

Iš šių tyrimų rezultatų matyti, kad mažiausio atsilenkimo reikšmė buvo suformuotoje uždaroje trajektorijoje. Suplanuotoje uždaroje trajektorijoje yra daugiau segmentų artimų tiesei ($\kappa \rightarrow 0$). Todėl šiose atkarpose bus mažiausi nuokrypiai nuo trajektorijos. Pagal 3.9 lentelėje pateiktus duomenis, uždaros trajektorijos vidutinis kreivis yra didesnis, taip pat šios trajektorijos kreivis skiriasi labiau nuo vidutinės vertės nei atviros trajektorijos. Todėl didžiausias nuokrypis nuo trajektorijos taip pat yra suformuotoje uždaroje trajektorijoje.

3.20 pav. Mažiausio ir didžiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos priklausomybės nuo poslinkio ilgio

Fig. 3.20. Dependency of minimal and maximal deviation from planned trajectory from displacement length

Atliekant tyrimą apskaičiuotas ir vidutinis atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos. Tyrimo rezultatai pateikti 3.21 paveiksle.

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad vis dėlto vidutinis nuokrypis nuo trajektorijos yra didesnis formuojant judesio trajektorijas su uždara kreive, kurios vidutinis kreivis taip pat yra didesnis. Kaip ir tikėtasi, kuo labiau keičiasi kreivės kreivis, tuo trajektorijos atkartojimo tikslumas yra mažesnis. Tikslumą padidinti galima tik mažinant poslinkio ilgį. Atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos priklausomybė nuo poslinkio ilgio yra netiesinė.

Atliktame tyrime išanalizuotas atvejis, kai pjezoroboto posūkio kampas yra didesnis, arba lygus mažiausiam posūkio kampui. Todėl buvo atliktas eksperimentas, kurio metu ištirta, kiek bus prarandama tikslumo, jei $\theta < \theta_{\min}$. Atliekant šį tyrimą pasirinkti trys mazgai $(0; 0)$, $(0,5; -8)$, $(1; 0)$. Suplanuota trajektorija, kurios segmentai artimi tiesei. Kadangi posūkio dydis pagal (2.29) formulę priklauso nuo pjezoroboto geometrinių matmenų, tai tyrimo metu keičiamas dydžio $R = r + d/2$ reikšmė kas 50. Taip pat parinktos mažiausio poslinkio reikšmės $\lambda_{\min} = \Delta P_{\min} = \{0,5; 0,3; 0,1\}$.

3.21 pav. Vidutinio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos priklausomybių nuo poslinkio ilgio grafikas

Fig. 3.21. Graphic of dependency of average deviation from planned trajectory from displacement length

Pagal (2.29) formulę apskaičiuotas mažiausias poslinkio kampas bei nustatytas kontrolinių taškų kiekis T^* kiekvienu atveju. Detalesni tyrimo rezultatai pateikti E priede.

Kaip ir buvo tikėtasi, mažiausias poslinkio kampas yra esant mažiausiam poslinkio ilgiui ($\Delta P = 0,1$) ir didžiausiems pjezoroboto geometriniams matmenims ($R = 400$).

Ne visi kontroliniai taškai naudojami formuojant judesio trajektoriją (2.29 pav.). Suformuotos judesio trajektorijos taškų kiekio T priklausomybės nuo pjezoroboto išmatavimų grafikas pateiktas 3.22 paveiksle.

Suformuotos trajektorijos taškų kiekio ir kontrolinių taškų kiekio santykis $\frac{T}{T^*}$ rodo, kokia dalis kontrolinių taškų sudaro suformuotą trajektoriją (3.23 pav.). Iš eksperimento rezultatų matyti, kad šis santykis išlieka pastovus keičiant judesio skyrą.

Įvertinant suformuotos trajektorijos tikslumą, pirmiausia nustatomi iš kontrolinių taškų suformuotų trajektorijų atsilenkimai nuo suplanuotos trajektorijos. Tyrimo rezultatai pateikti 3.10 lentelėje.

3.22 pav. Suformuotos judesio trajektorijos taškų kiekio priklausomybės nuo pjezoroboto geometrinių matmenų grafikas

Fig. 3.22. Graphic of dependency of relationship of formed movement trajectory and control points amount from piezorobot geometrical measurements

3.23 pav. Suformuotos trajektorijos ir kontrolinių taškų santykio priklausomybė nuo pjezoroboto matmenų

Fig. 3.23. Dependency of relationship of formed trajectory and control points from piezorobot measurements

3.10 lentelė. Trajektorijų suformuotų iš kontrolinių taškų tikslumų reikšmės
Table 3.10. Accuracy values of formed trajectory from control points

$\Delta P_{\min}$	0,5	0,3	0,1
$\varepsilon_{\max}^*, \times 10^{-2}$	4,4200	12,3752	3,2041
$\varepsilon_{\min}^*, \times 10^{-6}$	16,1701	5,1364	0,4163
$\varepsilon_{\text{vid}}^*, \times 10^{-3}$	2,0872	2,5204	0,2468

Keičiant pjedoroboto matmenis kas 50, nustatyti suformuotų judesio trajektorijų tikslumai. Skaičiavimų rezultatai pateikti 3.24 paveiksle. Detalesnės tikslumų reikšmės pateiktos F priede.

3.24 pav. Suformuotos judesio trajektorijos vidutinio nuokrypio nuo suplanuos trajektorijos priklausomybės nuo pjedoroboto geometrinių išmatavimų grafikas

Fig. 3.24. Graphic of dependency of formed movement trajectory average deviation from planned trajectory from piezobot geometrical measurements

Apskaičiuota kiek procentų tikslumo yra prarandama:

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_{vid} - \varepsilon_{vid}^*|}{\varepsilon_{vid}} \cdot 100\% . \quad (3.12)$$

Skaičiavimų rezultatai pateikti 3.25 paveiksle.

3.25 pav. Tikslumo sumažėjimo priklausomybės nuo pjektoroboto geometrinių išmatavimų grafikas

Fig. 3.25. Graphic of accuracy decrease dependence from piezobot geometrical measurements

Apibendrinant tyrimo rezultatus, galima pasakyti, kad judesio trajektorijos tikslumo sumažėjimui daugiau įtakos turi pjektoroboto geometriniai išmatavimai, nei minimalus poslinkio ilgis. Kuo didesnis dydis R , tuo tiksliau bus atkartojama suplanuota kreivė.

3.4. Trečiojo skyriaus išvados

1. Atlikti suformuotų trajektorijų kiekybinių charakteristikų – kontaktų perjungimo kiekio, suformuotos trajektorijos tikslumo, pjektoroboto poslinkio ilgio, mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos tyrimai.

2. Atlikus kontaktų perjungimo algoritmu suformuotos trajektorijos elektrodų segmentų perjungimo kiekio ir poslinkio ilgio priklausomybių nuo pjezoroboto orientacijos kampo tyrimą, išvesta optimalaus pjezoroboto orientacijos kampo apskaičiavimo formulė. Taip pat pastebėta, kad kontaktų perjungimo kiekis ir judesio poslinkio ilgis priklauso nuo paties pjezoroboto struktūros, t. y. nuo elektrodų segmentų kiekio bei kampo tarp šių segmentų simetrijos ašių. Nustatyta, kad pjezoroboto optimalus orientacijos kampas turi būti 2 kartus mažesnis nei kampas tarp pjezoroboto segmentų simetrijos ašių.

3. Atlikus kontrolinių taškų ir liestinių metodais suformuotų judesio trajektorių lyginamąją analizę, galima teigti, kad kontrolinių taškų metodas skirtas formuoti aukšto tikslumo reikalaujančias judesio trajektorijas, nes šiuo būdu suformuotos trajektorijos turi daugiau nei 2 kartus didesnę kontaktų perjungimo kiekį nei suformuotos liestinių metodu. Todėl pjezoroboto judesio greitis suformuota trajektorija bus mažiausias, o judesio trukmė – ilgiausia. Liestinių metodas gali būti taikomas toms trajektorijoms, kurių kreivumo spinduliai yra pakankamai dideli.

4. Išanalizavus suformuotų trajektorių tikslumą, galima daryti išvadą, kad šiam parametrai turi įtakos pjezoroboto geometriniai išmatavimai. Vadinasi, parinkus tinkamus pjezoroboto išmatavimus, galima padidinti formuojamos trajektorijos tikslumą apie 25 %.

5. Suformuotų trajektorių tyrimo metu apskaičiuotas leistinas atsilenkimas nuo suplanuotos trajektorijos. Tiriant gautas atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos reikšmes, pastebėta, kad šis parametras priklauso nuo pjezoroboto judesio skyros bei nuo trajektorijos tipo. Todėl buvo patikslinta mažiausio atsilenkimo skaičiavimų metodika taikant aprašomąją statistiką. Apskaičiuotos kontaktų perjungimo metodu suformuotos trajektorijos atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos reikšmės skiriasi nuo eksperimentu nustatytų reikšmių vidutiniškai apie 12 %, kontaktų perjungimo metodu – apie 15 % ir liestinių metodu – apie 9 %. Remiantis šiais tyrimų rezultatais, galima teigti, kad leistino atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos skaičiavimo metodiką galima taikyti prognozuojant pjezoroboto sustojimus trajektorijose.

Bendrosios išvados

1. Atlikus pasaulio mokslininkų sukurtų pjezorobotų darbų analizę nustatyta, kad šie robotai judėjimo generavimui naudoja ne tiesioginius pjezoelektrinius keitiklius, bet ir papildomas konstrukcijas (ratus, kojas ir pan.), o tai leidžia formuoti judesio trajektorijas klasikiniiais metodais: interpoliavimas polinomis, įvairaus tipo splainais, Kornu spirale. Tačiau nėra pjezoroboto, kurioje judesio generavimui naudotų tiesioginius kontakto taškus.

2. Atlikus robotų judesio klasikinių trajektorijų formavimo metodų analizę, nustatyta, kad atsižvelgiant į nagrinėjamo pjezoroboto struktūrą, segmentų žadinimo schemas ir judėjimo principus nei vienas trajektorijos formavimo metodas netinka sukurtų pjezorobotų judesio trajektorijų formavimui.

3. Sukurti nauji judesio trajektorijų apskaičiavimo algoritmai įvertinantys pjezoroboto elektrodų segmentų žadinimo schemas, judesio skyrą bei trajektorijos tipą. Šie judesio trajektorijų formavimo algoritmai gali būti taikomi daugiamachių pjezorobotų judesio modeliavimui. Todėl remiantis algoritmų rezultatais galima spręsti pjezorobotų valdymo uždavinius.

4. Atlikus suformuotų judesio trajektorijų kiekybinę analizę, nustatyta, kad parametrai, tokie kaip pjezoroboto geometriniai matmenys, elektrodų segmentų kiekis, jų simetrijos ašių orientacija planuojamos trajektorijos atžvilgiu, judesio skyra įtakoja formuojamos trajektorijos charakteristikas: elektrodų segmentų

perjungimo kiekį, judesio poslinkio ilgį, suplanuotos trajektorijos atkartojimo tikslumą.

5. Remiantis tyrimo rezultatais galima teigti, kad norint išlaikyti trajektorijos atkartojimo tikslumą rekomenduojama naudoti nuo taško prie taško ir kontrolinių taškų metodus. Siekiant didesnio judėjimo greičio tinkamiausias yra liestinių metodas. Parinkus pjezoroboto orientacijos kampą 2 kartus mažesnį už kampą tarp elektrodų segmentų simetrijos ašių, galima naudoti ir kontaktų perjungimo metodą, kuris pasižymi ir paprastu pjezoroboto valdymu. Taip pat parinkus tinkamus pjezoroboto geometrinius išmatavimus, formuojant trajektoriją kontrolinių taškų metodu, trajektorijos atkartojimo tikslumą galima padidinti daugiau nei 25 %.

6. Sukurtos mažiausio atsilenkimo nuo suplanuotos trajektorijos apskaičiavimo metodikos kiekvienam judesio trajektorijos formavimo metodui. Šio parametro įvertinimas leidžia prognozuoti pjezoroboto kritines sustojimo būsenas.

Literatūra ir šaltiniai

Aboshosha, A. 2004. *Adaptive Navigation and Motion Planning for Autonomous Mobile Robots*: Doctoral Dissertation Thesis, Department of Information and Cognitive Science, Eberhard Karls University, Tuebingen.

Ajitsaria, J., *et al.* 2007. Modeling and Analysis of a Bimorph Piezoelectric Cantilever Beam for Voltage Generation, *Smart Materials And Structures*, 16: 447–454.

Angeles, J. 2007. *Fundamentals of robotic mechanical systems – theory, methods, and algorithms*. 3rd ed. Springer. 549 p.

Aoyama, H. 1998. Precise Miniature Robots and Desktop Flexible Production, in *Proc. of International Workshop on Microfactories*, 145–156.

Aoyama, H.; Fuchiwaki, O. 2001. Flexible Micro-Processing by Multiple Micro Robots in Sem, in *Proc. of the 2001 IEEE, International Conference on Robotics & Automation*, 4: 3429–3434.

Arkin, R. C.; Hwang, J. H.; Kwon, D. S. 2003. Mobile Robots at Your Fingertip: Bezier Curve on-Line Trajectory Generation for Supervisory Control, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Proceedings 2: 1444–1449.

Ata, A. A.; Johar, H. 2005. Trajectory Planning of a Constrained Flexible Manipulator, *Cutting Edge Robotics*, In Tech, 601–610.

Bansevicius, R., *et al.* 2004. Computer Algebra for Real-Time Dynamics of Robots with Large Numbers of Joints, *Lecture Notes in Computer Science, Computational Science - ICCS 2004*, Springer 3039: 278–285.

Bansevicius, R. 2007. *Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių poslinkių generavimo/matavimo sistemų kūrimas ir tyrimas*: Auktujų technologijų programos Nr. B-07017 ataskaita, Kauno technologijos universitetas.

Bansevicius, R. 2008. *Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių poslinkių generavimo/matavimo sistemų kūrimas ir tyrimas*: Auktujų technologijų programos Nr. B-07017 ataskaita, Kauno technologijos universitetas.

Bansevicius, R. 2009. *Mechatroninių nanometrų skyros daugiamačių poslinkių generavimo/matavimo sistemų kūrimas ir tyrimas*: Auktujų technologijų programos Nr. B-07017 ataskaita, Kauno technologijos universitetas.

Bansevicius, R.; Blechertas, V. 2006. Ultrasonic Motors for Mass-Consumer Products, *Ultragarsas*, 4(61): 50–52.

Bansevicius, R., *et al.* 2005. Symbolic Calculation of the Generalized Inertia Matrix of Robots with a Large Number of Joints, *Lecture Notes in Computer Science, Computational Science – ICCS 2005*, Springer 3516:17–36.

Besocke, K. 1986. An Easily Operable Scanning Tunneling Microscope, *Surface Science*, 181(1-2): 145–153.

Cheng, F. 2001. Quadratic B-Spline Curve Interpolation, *Computers and Mathematics with Applications*, 41: 39–50.

Codourey, A., *et al.* 1994. High Precision Robots for Automated Handling of Micro Objects, in *Seminar on Handling and Assembly of Microparts*.

Corey, D. P.; Hudspeth, A. J. 1980. Mechanical Stimulation and Micromanipulation with Piezoelectric Bimorph Elements, *Journal of Neuroscience Methods*, 3:183–202.

Costa, T. A. A.; Ferreira, A. M.; Dutra, M. S. 2008. Parametric Trajectory Generation for Mobile Robots, *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, 3: 300–307.

Crossley, V.; Mosier, E.; Osmanbeyoglu, H. U. 2006a. *Midterm Progress on a Piezo-Actuated Deformable Spherical Robot* [interaktyvus]. [žiūrėta 2011-03-13]. Prieiga per internetą: http://vcrossley.com/rolling_robot_midterm_4_5_2006.pdf.

Crossley, V.; Mosier, E.; Osmanbeyoglu, H. U. 2006b. *Progress Towards a Piezoelectrically Actuated Deformable Spherical Robot* [interaktyvus]. [žiūrėta 2011-03-13]. Prieiga per internetą: http://vcrossley.com/rolling_robot_final_report.pdf.

Cuevas, E.; Zaldivar, D.; Rojas, R. 2004. *Walking Trajectory Control of a Biped Robot*: Technical report B-04-18.

Daniel, J.; Chau, T. D. 2002. Real-Time Trajectory Generation for Advanced Driver Assistance Systems Applications, in *2009 International Forum on Strategic Technologies*, 83–88.

De Boor, C. 2001. *A Practical Guide to Splines*. Springer. 346 p.

- De Luca, A.; Lanari, L.; Oriolo, G. 1991. A Sensitivity Approach to Optimal Spline Robot Trajectories, *Automatica*, 27(3): 535–539.
- Delingette, H.; Hebert, M.; Ikeuchi, K. 1991. Trajectory Generation with Curvature Constraint Based on Energy Minimization, in *IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems '91*, Proceedings IROS '91 1: 206–211.
- Douglas, W. H. *Numerical Analysis of Engineering* [interaktyvus]. 2011. University of Waterloo. [žiūrėta 2011 03 07]. Prieiga per internetą: <https://ece.uwaterloo.ca/~dwharder/NumericalAnalysis/05Interpolation/vandermonde/>.
- Driesen, W. 2008. *Concept, Modeling and Experimental Characterization of the Modulated Friction Inertial Drive (Mfid) Locomotion Principle: Application to Mobile Microrobots*: Doctoral Dissertation Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Eigoli, A., Kamali; Vossoughi, G. 2010. Dynamic Modeling of Stick-Slip Motion in a Legged, Piezoelectric Driven Microrobot, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 7(3): 201–208.
- Epfl; 2011. *Mobile Micro Robots* [interaktyvus]. Laboratoire de systèmes robotiques. [žiūrėta 2011 05 16]. Prieiga per internetą: <http://lsro.epfl.ch/page-34269-en.html>.
- Estaña, R. 2006. *Miniaturised co-operative Robots advancing towards the Nano Range*: MiCRoN Public Report.
- Estaña, R.; Woern, H. 2007. The Micron Robot Project, *Autonome Mobile Systeme* 2007 8: 334–340.
- Felso, G. 2000. Theory of the Motion Principle of a Piezoelectric Driven Microrobot, *Periodica Polytechnica: Electrical Engineering* 44(4): 227–239.
- Ferreira, A.; Minotti, P. 1997. Control of a Multidegree of Freedom Standing Wave Ultrasonic Motor Driven Precise Positioning System, *Review of Scientific Instruments* 68(4): 1779–1786.
- Fuchiwaki, O.; Aoyama, H. 2003. Precise Manipulation Control on Three Versatile Micro Robots for Flexible Micro Handling, in *18th Annual Meeting of the American Society for Precision Engineering*, Proceedings.
- Fuchiwaki, O., et al. 2008. Development of the Orthogonal Microrobot for Accurate Microscopic Operations, *Journal of Micro - Nano Mechatronics* 4(1–2): 85–93.
- Gasparetto, A.; Zanutto, V. 2007. A New Method for Smooth Trajectory Planning of Robot Manipulators, *Mechanism and Machine Theory* 42: 455–472.
- Gasparetto, A.; Zanutto, V. 2008. A Technique for Time-Jerk Optimal Planning of Robot Trajectories, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 24: 415–426.
- Guo, Y.; Long, Y.; Weihua, S. 2007. Global Trajectory Generation for Nonholonomic Robots in Dynamic Environments, in *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1324–1329.

Guo, Y.; Tang, T. 2008. Optimal Trajectory Generation for Nonholonomic Robots in Dynamic Environments, in *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2552–2557.

Horn, B. K. P. 1983. The Curve of Least Energy, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 9(4): 441–460.

Yue, S.; Henrich, D. 2001. Trajectory Planning in Joint Space for Flexible Robots with Kinematics Redundancy, in *The IASTED International Conference Modelling, Identification, And Control*.

Jalili, N. 2009. *Piezoelectric-Based Vibration-Control: From Macro to Micro/Nano Scale Systems*. Springer. 517 p.

Jha, R. K.; Singh, B.; Pratihari, D. K. 2005. On-Line Stable Gait Generation of a Two-Legged Robot Using a Genetic–Fuzzy System, *Robotics and Autonomous Systems* 53: 15–35.

Jolly, K. G.; Sreerama Kumara, R.; Vijayakumar, R. 2009. A Bezier Curve Based Path Planning in a Multi-Agent Robot Soccer System without Violating the Acceleration Limits, *Robotics and Autonomous Systems* 57: 23–33.

Kostov, V.; Degtiariova-Kostova, E. 1995. *Some Properties of Clothoids*: Research report, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique.

Labakhua, L., et al. 2006. Trajectory Planning Methods for Autonomous Car-Like Vehicles, *Annals of the University of Craiova: Automation, Computers, Electronics and Mechatronics* 3(30).

Lau, B.; Sprunk, C.; Burgard, W. 2009. Kinodynamic Motion Planning for Mobile Robots Using Splines, in *IEEE/RSJ International Conference Intelligent Robots and Systems 2009*, 2427–2433.

Lavalle, S. M. 2004. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, 842 p.

Levien, R. 2008. *The Euler Spiral: A Mathematical History*: Technical report, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, Berkeley Engineering.

Mahout, V. 2005. Path Planning for Non Linear Systems Using Trigonometric Splines, in *The 16th IFAC World Congress*.

Martel, S., et al. 2001. Three-Legged Releasable Miniature Robots for Mass-Scale Operations at the Sub-Atomic Scale, in *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 3423–3428.

Minimann. 2002. *Miniaturised Robot for Micro Manipulation*: Final report, Institute for Process Control and Robotics, University of Karlsruhe.

Mitra, A.; Dhillon, H. S. 2007. Evaluating Sinusoidal Functions by a Low Complexity Cubic Spline Interpolator with Error Optimization, *International Journal of Electrical and Computer Engineering* 2(2): 110–117.

Moin, P. 2010. *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*. Cambridge University Press. 256 p.

- Mousavi, P. N., *et al.* 2008. Mathematical Simulation of Combined Trajectory Paths of a Seven Link Biped Robot, *Applied Mathematical Modelling* 32: 1445–1462.
- Nagy, B.; Kelly, A. 2001. Trajectory Generation for Car-Like Robots Using Cubic Curvature Polynomials, in *Field and Service Robots*.
- Newnham, R. E. 2005. *Properties of Materials: Anisotropy, Symmetry, Structure*. New York: Oxford University Press. 378 p.
- Nguyen, A. T.; Martel, S. 2006. Embedded Piezo-Actuation System for Automatic Motion Control of a Fleet of Miniature Robots Operating on a Synchronized Vibrating Platform, in *The Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation Intelligent Control and Automation*, 8412–8415.
- Nguyen, A. T.; Martel, S. 2007. Locomotion of a Miniature Robot Based on Synchronized Vibrating Actuation Mechanisms, in *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 1–6.
- Nitaigour, P., Mahalik. 2003. *Mechatronics*. Tata McGraw-Hill Education. 589 p.
- Phillips, G. M. 2003. *Interpolation and Approximation by Polynomials*. Springer. 312 p.
- Piezoelectric Electromechanical Translation Apparatus*. 1975. United States. Burleigh Instruments, Inc. (East Rochester, NY). Nr. 3902084.
- Pinto, G. A. 2007. *Towards a Control Architecture for Cooperative Nonholonomic Mobile Robots*: Doctoral Dissertation Thesis, Sciences et Techniques du Languedoc, Université Montpellier 2.
- Pond, C. B. 1999. *Motion Planning for Flexible Manipulators*: Doctoral Dissertation Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Victoria.
- Ragulskis, K., *et al.* 1988. *Vibromotors for Precision Microrobots*. USA: Hemisphere Publishing Corp. 310 p.
- Rembold, U.; Fatikow, S. 1997. Autonomous Microrobots, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 19(4): 375–391.
- Sanchez-Reyes, J.; Chacon, J. M. 2003. Polynomial Approximation to Clothoids Via S-Power Series, *Computer-Aided Design* 35: 1305–1313.
- Schumaker, L. L. 2007. *Spline Functions: Basic Theory*. 3rd Edition. Cambridge University Press. 598 p.
- Shanmugavel, M. 2007. *Path Planning of Multiple Autonomous Vehicles*: Doctoral Dissertation Thesis, Department of Aerospace, Power & Sensors, Cranfield University.
- Shin, D. H.; Singh, S. 1990. *Path Generation for Robot Vehicles Using Composite Clothoid Segments*: Tech Report, The Robotics Institute, Carnegie-Mellon University.
- Siciliano, B.; Khatib, O. 2008. *Springer Handbook of Robotics*. Springer. 1611 p.
- Siciliano, B.; Sciavicco, L.; Villani, L. 2009. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer. 632 p.

- Simon, D. 1996. Globally Optimal Periodic Robot Joint Trajectories, *Journal of the Franklin Institute*, 333(5): 659–668.
- Simu, U. 2002. *Piezoactuators for Miniature Robots*: Doctoral Dissertation Thesis, Faculty of Science and Technology, Uppsala University.
- Simu, U.; Johansson, S. 2002. Evaluation of a Monolithic Piezoelectric Drive Unit for a Miniature Robot, *Sensors and Actuators A: Physical*, 101(2): 172–184.
- Simu, U.; Johansson, S. 2006. Analysis of Quasi-Static and Dynamic Motion Mechanisms for Piezoelectric Miniature Robots, *Sensors and Actuators A: Physical*, 132(2): 632–642.
- Skoglund, A. 2006. *Towards Manipulator Learning by Demonstration and Reinforcement Learning*: Doctoral Dissertation Thesis, Department of Technology, Örebro University.
- Snis, N. 2008. *Actuators for Autonomous Microrobots*: Doctoral Dissertation Thesis, Faculty of Science and Technology, Uppsala University.
- Snitka, V.; Mizariene, V.; Zukauskas, D. 1996. The Status of Ultrasonic Motors in the Former Soviet Union, *Ultrasonics* 34(2-5): 247–250.
- Son, K. J., *et al.* 2006. An Ultrasonic Standing-Wave-Actuated Nano-Positioning Walking Robot: Piezoelectric-Metal Composite Beam Modeling, *Journal of Vibration and Control* 12(12): 1293–1309.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. 2002. *Introduction to Numerical Analysis*. 3. Springer. 744 p.
- Tang, Z., *et al.* 2007. Reference Trajectory Generation for 3-Dimensional Walking of a Humanoid Robot, *Tsinghua Science and Technology* 12(5): 577–584.
- Tani, K. 1996. Friction Models for a Mobile Machine Using Piezo Vibration, in *Advanced Motion Control*, in *4th International Workshop on Advanced Motion Control*. Proceedings 2: 717–722.
- Thomas, J.; Blair, A.; Barnes, N. 2003. Towards an Efficient Optimal Trajectory Planner for Multiple Mobile Robots, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2291–2296.
- Tzu-Chen, L., *et al.* 2005. Practical and Flexible Path Planning for Car-Like Mobile Robot Using Maximal-Curvature Cubic Spiral, *Robotics and Autonomous Systems* 52: 312–335.
- Varma, V. K.; Dixon, W. E. 2002. Design of a Piezoelectric Meso-Scale Mobile Robot: A Compliant Amplification Approach, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1137–1142.
- Vives, A. A.; Arnau, A. 2004. *Piezoelectric Transducers and Applications*. Springer. 319 p.
- Vukobratovic, M. 1975. *Legged Locomotion Robots and Anthropomorphic Mechanisms*. Monograph. Mihailo Pupin Institute. 346 p.

- Vukobratovic, M.; Kircanski, M. 1986. *Kinematics and Trajectory Synthesis of Manipulation Robots*. Springer. 267 p.
- Wang, D.; Qi, F. 2001. Trajectory Planning for a Four-Wheel-Steering Vehicle, in *International Conference on Robotics & Automation 4*: 3320–3325.
- Wang, K. 1988. B-Splines Joint Trajectory Planning, *Computers in Industry*, 10(2): 113–122.
- Wei, S.; Žefran, M. 2005. Smooth Path Planning and Control for Mobile Robots, in *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*, 894–899.
- Weisstein, E. W. *B-Spline* [interaktyvus]. 2010a. Wolfram Math World. [žiūrėta 2011 02 10]. Prieiga per internetą: <http://mathworld.wolfram.com/B-Spline.html>.
- Weisstein, E. W. *Bézier Curve* [interaktyvus]. 2010b. Wolfram Math World. [žiūrėta 2011 02 10]. Prieiga per internetą: <http://mathworld.wolfram.com/BezierCurve.html>.
- Weisstein, E. W. *Cornu Spiral* [interaktyvus]. 2010c. Wolfram Math World. [žiūrėta 2011 03 02]. Prieiga per internetą: <http://mathworld.wolfram.com/CornuSpiral.html>.
- Weisstein, E. W. *Cubic Spline* [interaktyvus]. 2010d. Wolfram Math World. [žiūrėta 2011 02 10]. Prieiga per internetą: <http://mathworld.wolfram.com/CubicSpline.html>.
- Williams, A. L. W.; Brown, W. J. 1948. *Piezoelectric Motor*. Brush Dev Co. Nr. 2439499.
- Woern, H., *et al.* 2001. From Decimeter- to Centimeter-Sized Mobile Microrobots: The Development of the Miniman System, in *Microrobotics and Microassembly III* 4568: 175–186.
- Woern, H., *et al.* 2000. Flexible Microrobots for Micro Assembly Tasks, in *Proceedings of International Symposium on Micromechatronics and Human Science*, 135–143.
- Бансявичус, Р.; Рагульскис, К. 1981. *Вибродвигатели*. Вильнюс: Мокслас. 193 p.

Autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G.; Mazeika, D. 2010. Switching leg method for trajectory planning of mobile piezorobot, *Journal of Vibroengineering*. 12(1): 26–33. ISSN 1392-8716 (Thomson ISI Master Journal List).

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G. 2009. Trajectory planning method of rotating mobile piezorobot, *Journal of Vibroengineering*. 1(4): 690–696. ISSN 1392-8716 (Thomson ISI Master Journal List).

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G. 2009. Trajectory planning method of mobile piezorobot, *Lietuvos matematikos rinkinys. Lietuvos matematikų draugijos darbai*. 50: 172–177. ISSN 0132-2818 (Thomson ISI Web of Science).

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G. 2010. Movement Trajectory Planning Algorithm of Rotating Mobile Piezorobot, *Solid State Phenomena: Mechatronic Systems and Materials: Mechatronic Systems and Robotics*. 164: 371–376. ISSN 1012-0394.

Straipsniai kituose leidiniuose

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G. 2010. Adaptive Moving Algorithm of Mobile Piezorobot, in *Proceedings of the 16th International Conference on Information and Software Technologies*. 143–149. ISSN 2029-0063 (Thomson ISI Proceedings).

Bansevicius, R.; Drukteinienė, A.; Kulvietis, G. 2011. Path-Planning Algorithms of Hemispheric Mobile Piezorobot, in *Research Communications of the 17th International Conference on Information and Software Technologies*. 143–149. ISSN 2029-0063.

Priedai

A priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota kontaktų perjungimo metodu atvira trajektorija

Lentelėje pateikti kontaktų perjungimo metodu apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota 2.18 paveiksle pateikta trajektorija (A1 lentelė).

A1 lentelė. Pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota kontaktų perjungimo metodu atvira trajektorija

l	J	ΔP	x_r	y_r
1	1	0,139476	0,137357	0,024220
2	2	0,160611	0,034118	0,147255
3	1	0,278951	0,308832	0,195694
4	2	0,160611	0,205593	0,318730
5	1	0,278951	0,480306	0,367169
6	2	0,160611	0,377067	0,490204

A1 lentelės tęsinys

7	1	0,212235	0,586078	0,527059
8	3	0,090547	0,555109	0,441972
9	2	0,870419	-0,004385	1,108752
10	3	0,378592	-0,133871	0,752992
11	2	0,160611	-0,237110	0,876027
12	3	0,378592	-0,366596	0,520267
13	2	0,160611	-0,469835	0,643302
14	3	0,378592	-0,599321	0,287542
15	2	0,160611	-0,702560	0,410577
16	3	0,378592	-0,832046	0,054817
17	2	0,160611	-0,935285	0,177852
18	3	0,275528	-1,029521	-0,081060
19	1	0,203078	-0,829528	-0,045796
20	3	0,172550	-0,888544	-0,207940
21	1	0,203078	-0,688551	-0,172675
22	3	0,172550	-0,747566	-0,334819
23	1	0,203078	-0,547573	-0,299555
24	3	0,172550	-0,606589	-0,461699
25	1	0,203078	-0,406596	-0,426435
26	3	0,172550	-0,465611	-0,588579
27	1	0,203078	-0,265618	-0,553315
28	3	0,172550	-0,324634	-0,715459
29	1	0,203078	-0,124641	-0,680194
30	3	0,172550	-0,183656	-0,842338
31	1	0,625905	0,432740	-0,733651
32	2	0,162011	0,328602	-0,609544
33	1	0,447206	0,769013	-0,531887
34	2	0,162011	0,664875	-0,407780
35	1	0,447206	1,105286	-0,330124
36	2	0,162011	1,001148	-0,206016

A1 lentelės pabaiga

37	1	0,447206	1,441559	-0,128360
38	2	0,162011	1,337421	-0,004252
39	1	0,237445	1,571259	0,036980
40	2	0,535637	1,226958	0,447301
41	1	0,163961	1,388428	0,475773
42	2	0,535637	1,044127	0,886094
43	1	0,163961	1,205598	0,914566
44	2	0,611892	0,812281	1,383302
45	3	0,161056	0,757197	1,231959
46	2	0,402306	0,498599	1,540143
47	3	0,161056	0,443515	1,388800
48	2	0,402306	0,184918	1,696984
49	3	0,161056	0,129834	1,545640
50	2	0,201805	0,000116	1,700232

B priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontaktų perjungimo metodu suformuota uždara trajektorija

Lentelėje pateikti kontaktų perjungimo metodu apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota 2.20 paveiksle pateikta trajektorija (B1 lentelė).

B1 lentelė. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontaktų perjungimo metodu suformuota uždara trajektorija

l	J	ΔP	x_r	y_r
1	1	0,707107	0,5	0
2	2	0,115911	0,388038	0,03
3	3	0,062117	0,404115	-0,03
4	2	0,231822	0,180192	0,03
5	3	0,062117	0,196269	-0,03
6	2	0,231822	-0,02765	0,03
7	3	0,062117	-0,01158	-0,03
8	2	0,231822	-0,2355	0,03
9	3	0,062117	-0,21942	-0,03
10	2	0,253585	-0,46437	0,035633
11	1	0,656714	0	0,5
12	3	0,115911	0,03	0,388038
13	2	0,062117	-0,03	0,404115
14	3	0,231822	0,03	0,180192
15	2	0,062117	-0,03	0,196269
16	3	0,231822	0,03	-0,02765
17	2	0,062117	-0,03	-0,01158
18	3	0,231822	0,03	-0,2355
19	2	0,062117	-0,03	-0,21942
20	3	0,253585	0,035633	-0,46437

C priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontrolinių taškų metodu suformuota trajektorija

Lentelėje pateikti pagal kontaktų perjungimo metodą apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai robotui judant suformuotai 2.31 paveiksle pateiktai trajektorijai (C1 lentelė).

C1 lentelė. Pjezoroboto judesio parametrai judant kontrolinių taškų metodu suformuota trajektorija

l	J	$\theta, ^\circ$	D	ΔP	x_r	y_r
1	1, 2, 3	30,23334	2	105,53426	0,20000	-0,50000
2	3	0	0	0,27937	0,00165	-0,30326
3	1, 2, 3	42,03148	1	146,71754	0,00165	-0,30326
4	3	0	0	0,27937	-0,01395	-0,02432
5	1, 2, 3	5,49155	1	19,16913	-0,01395	-0,02432
6	1	0	0	0,27937	0,23338	0,10558
7	1, 2, 3	48,22475	1	168,33614	0,23338	0,10558
8	1	0	0	0,27937	0,49503	0,00768
9	1, 2, 3	31,36968	1	109,50083	0,49503	0,00768
10	1	0	0	0,27937	0,66748	-0,21212
11	1, 2, 3	25,64372	1	89,51345	0,66748	-0,21212
12	1	0	0	0,27937	0,72781	-0,48490
13	1, 2, 3	18,11826	2	63,24465	0,72781	-0,48490
14	2	0	0	0,27937	0,59063	-0,72827
15	1, 2, 3	39,96406	1	139,50090	0,59063	-0,72827
16	2	0	0	0,27937	0,32916	-0,82668
17	1, 2, 3	22,44228	1	78,33833	0,32916	-0,82668
18	2	0	0	0,27937	0,04993	-0,81783
19	1, 2, 3	23,60606	1	82,40071	0,04993	-0,81783
20	2	0	0	0,27937	-0,20239	-0,69790

C1 lentelės pabaiga

21	1, 2, 3	33,62452	1	117,37171	-0,20239	-0,69790
22	2	0	0	0,27937	-0,34608	-0,45832
23	1, 2, 3	26,86911	1	93,79088	-0,34608	-0,45832
24	2	0	0	0,27937	-0,36598	-0,17965
25	1, 2, 3	38,68484	2	135,03557	-0,36598	-0,17965
26	3	0	0	0,27937	-0,28323	0,08718
27	1, 2, 3	27,69046	1	96,65793	-0,28323	0,08718
28	3	0	0	0,27937	-0,08595	0,28500
29	1, 2, 3	22,94443	1	80,09116	-0,08595	0,28500
30	3	0	0	0,27937	0,17283	0,39026
31	1, 2, 3	2,40933	1	8,41015	0,17283	0,39026
32	3	0	0	0,02886	0,20000	0,40000

D priedas. Pjezoroboto judesio parametrai judant liestinių metodu suformuota trajektorija

Lentelėje pateikti liestinių metodu apskaičiuoti pjezoroboto judesio parametrai judant suformuota 2.40 paveiksle pateikta trajektorija (D1 lentelė).

D1 lentelė. Pjezoroboto judesio parametrai judant liestinių metodu suformuota trajektorija

l	J	$\theta, ^\circ$	D	ΔP	x_r	y_r
1	1, 2, 3	34,66290	1	1,20996	1,00000	0,00000
2	1	0	0	0,54416	0,45764	0,04424
3	1, 2, 3	10,90849	2	0,38078	0,45764	0,04424
4	1	0	0	1,36352	-0,89778	-0,10410
5	1, 2, 3	50,81585	2	1,77381	-0,89778	-0,10410
6	3	0	0	0,20740	-0,99214	0,08060
7	1, 2, 3	4,71988	1	0,16475	-0,99214	0,08060
8	1	0	0	0,84970	-0,47301	0,75327
9	1, 2, 3	24,79481	1	0,86550	-0,47301	0,75327
10	1	0	0	0,53349	0,00000	1,00000
11	1, 2, 3	17,58962	2	0,61399	0,00000	1,00000
12	3	0	0	0,33966	0,08869	0,67213
13	1, 2, 3	37,66976	2	1,31492	0,08869	0,67213
14	1	0	0	1,57325	-0,10832	-0,88874
15	1, 2, 3	6,95939	2	0,24293	-0,10832	-0,88874
16	3	0	0	0,21116	0,07411	-0,99506
17	1, 2, 3	53,91693	1	1,88206	0,07411	-0,99506
18	1	0	0	0,83540	0,75126	-0,50581
19	1, 2, 3	24,91546	2	0,86971	0,75126	-0,50581
20	1	0	0	0,54380	1,01686	-0,03128

E priedas. Mažiausių poslinkio kampų reikšmės ir kontrolinių taškų kiekis

E1 lentelė. Mažiausių poslinkio kampų reikšmės ir kontrolinių taškų kiekis

	R	$\theta_{\min}, ^\circ$
$\Delta P_{\min} = 0,5 ;$ $T^* = 32$	50	0,5730
	100	0,2865
	150	0,1910
	200	0,1432
	250	0,1146
	300	0,0955
	350	0,0819
	400	0,0716
$\Delta P_{\min} = 0,3 ;$ $T^* = 52$	50	0,3438
	100	0,1719
	150	0,1146
	200	0,0859
	250	0,0688
	300	0,0573
	350	0,0491
	400	0,0430
$\Delta P_{\min} = 0,1 ;$ $T^* = 160$	50	0,1146
	100	0,0573
	150	0,0382
	200	0,0286
	250	0,0229
	300	0,0191
	350	0,0164
	400	0,0143

F priedas. Suformuotų judesio trajektorijų tikslumų reikšmės

F1 lentelė. Suformuotų judesio trajektorijų tikslumų reikšmės

	R	$\varepsilon_{\max} \times 10^{-2}$	$\varepsilon_{\min} \times 10^{-5}$	$\varepsilon_{\text{vid}} \times 10^{-3}$
$\Delta P_{\min} = 0,5$	50	4,4209	78,8747	9,9482
	100	4,4209	31,3445	5,9487
	150	4,4209	31,3445	4,9283
	200	4,4209	21,8147	3,9026
	250	4,4209	8,0739	3,4603
	300	4,4209	10,4292	3,2835
	350	4,4209	8,3509	2,9595
	400	4,4209	8,3509	2,9595
$\Delta P_{\min} = 0,3$	50	12,3755	20,2204	9,5320
	100	12,3755	12,5893	6,8781
	150	12,3755	8,1379	5,1579
	200	12,3755	5,8115	4,5939
	250	12,3755	4,9988	4,1428
	300	12,3755	4,3291	3,8859
	350	12,3755	3,7192	3,6624
	400	12,3755	2,8698	3,4656
$\Delta P_{\min} = 0,1$	50	3,2041	2,6590	0,9875
	100	3,2041	1,2386	0,6395
	150	3,2041	0,8187	0,5145
	200	3,2041	0,6178	0,4467
	250	3,2041	0,4736	0,4039
	300	3,2041	0,3853	0,3760
	350	3,2041	0,3322	0,3551
	400	3,2041	0,2894	0,3424

Asta DRUKTEINIENĖ

NANOMETRŲ SKYROS JUDANČIŲ DAUGIAMAČIŲ
PIEZOROBŲ TRAJEKTORIJŲ FORMAVIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
informatikos inžinerija (07T)

TRAJECTORIES FORMATION FOR MOBILE MULTIDIMENSIONAL
PIEZOROBOTS WITH NANOMETER RESOLUTION

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Informatics Engineering (07T)

2011 10 03. 12,5 sp. I. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
<http://leidykla.vgtu.lt>
Spausdino UAB „Ciklonas“
J. Jasinskio g. 15, 01111 Vilnius